Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

**SESSION 2026**

# MATHÉMATIQUES

## Jour 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.*
*L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

**Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.**

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.*

**Exercice 1. (5 points)**

Une école de surf travaille avec des planches en mousse pour les cours débutants, et d'autres en résine pour les cours de perfectionnement. Les planches en mousse représentent 80% du stock de l'école.

La gérante observe qu'après chaque saison,

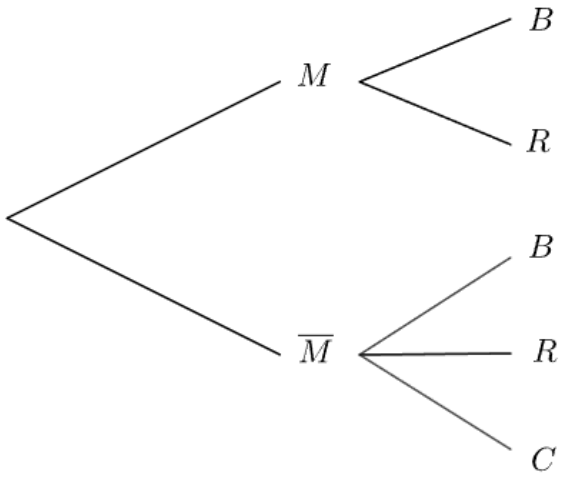
- 75% des planches en mousse sont en bon état et réutilisables la saison suivante. Les autres sont recyclées (et donc non réutilisables) ;
- 60% des planches en résine sont en bon état, les autres sont soit consolidées, soit recyclées.

Après une saison, on choisit une planche au hasard et on s'intéresse aux événements suivants :

- $M$ : « La planche est en mousse » ;
- $B$ : « La planche est en bon état » ;
- $R$ : « La planche sera recyclée » ;
- $C$ : « La planche sera consolidée ».

**Partie A**

**1.** Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessous avec les données de l'énoncé.
Il sera complété au fur et à mesure de l'exercice.




**2.** On sait que $P(\overline{M} \cap R) = 0{,}05$.

**a.** Interpréter cette égalité dans le contexte de l'exercice.

**b.** On a choisi une planche en résine. Démontrer que la probabilité que cette planche soit consolidée pour la saison suivante est 0,15.

**3.** La gérante affirme qu'après une saison, au moins $\frac{3}{4}$ des planches sont en bon état. A-t-elle raison ?

**Partie B**

La gérante du club de surf envisage de proposer à certains clients une remise pour la saison suivante.

Pour cela, elle imagine le jeu suivant qui sera proposé à chaque client :

Une urne contient 5 boules noires et un nombre $n$ de boules rouges.

Les boules sont indiscernables au toucher.

Le client tire simultanément deux boules dans l'urne.

Si les deux boules sont de même couleur, le client gagne une remise, sinon, il perd le jeu et n'obtient pas de remise.

**1.** Justifier que la probabilité $p$ de gagner une remise est :

$$\frac{\binom{5}{2}+\binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}.$$

**2.** En déduire que la probabilité $p$ peut s'écrire :

$$\frac{20+n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

**3.** La gérante souhaite s'assurer que la probabilité de gagner est inférieure à $\frac{1}{2}$.

Déterminer pour cela l'ensemble des valeurs possibles du nombre $n$ de boules rouges qu'elle peut mettre dans l'urne.

**Exercice 2. (5 points)**

*Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.*

*Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.*

*Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.*

**1.** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$.
**Affirmation 1 :** La limite de la fonction $f$ en $+\infty$ est $+\infty$.

**2.** On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\mathrm{e}^{x}$.
**Affirmation 2 :** La fonction $g$ est convexe sur l'intervalle sur $[-2\ ;+\infty[$.

**3.** **Affirmation 3 :** Une intégration par parties permet d'obtenir :

$$\int_0^{\pi} x \sin x \,\mathrm{d}x = -\pi.$$

**4.** On considère l'équation différentielle $(E) : y' = 2y - 5$ et la fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \frac{5}{2}$.
**Affirmation 4 :** La fonction $h$ est la solution de $(E)$ qui vaut 1 en 0.

**5.** On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous en Python :

```
def mystere(n):
    f = 1
    for k in range(1, n+1):
        f = f * k
    return f
```

**Affirmation 5 :** Le nombre renvoyé lors de l'exécution de `mystere(5)` est 120.

**Exercice 3. (5 points)**

On considère la fonction $f$ définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(3x^2 + 1).$$

On admet que la fonction $f$ est croissante sur $[0; +\infty[$.

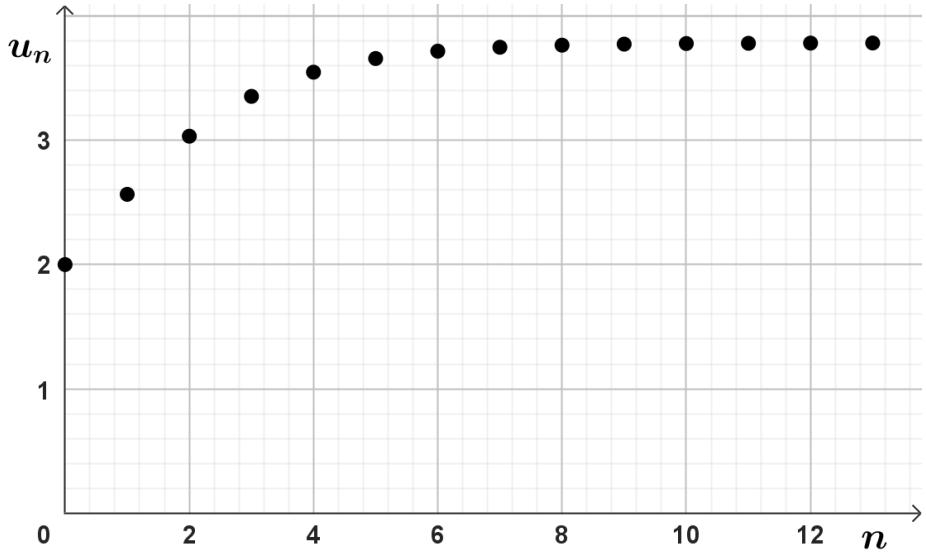
**Partie A**

On considère la suite $(u_n)$ définie par :

$$u_0 = 2 \text{ et pour tout entier } n \geq 0 : \ u_{n+1} = \ln(3u_n^2 + 1).$$

**1.** Calculer $u_1$.

**2.** La suite $(u_n)$ est représentée ci-dessous. Émettre des conjectures sur le sens de variation et la convergence de la suite $(u_n)$.




**3.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n$ :

$$2 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4.$$

**4.** En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente.

**Partie B**

On note $\ell$ la limite de la suite $(u_n)$.

Le but de cette partie est de trouver une valeur approchée de la limite $\ell$.

On considère la fonction $g$ définie et dérivable sur $[0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(3x^2 + 1) - x.$$

**1.** On note $g'$ la fonction dérivée de la fonction $g$.
Démontrer que pour tout réel $x \in [0; +\infty[$,

$$g'(x) = \frac{-3x^2 + 6x - 1}{3x^2 + 1}.$$

**2.** Démontrer que la fonction $g$ est strictement décroissante sur $[2 ; 4]$.

**3.** Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ sur $[2 ; 4]$ et en donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près.

**4.** Justifier que $\ell = \alpha$.

**Exercice 4. (5 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\vec{k})$.

On considère les points $A(1;2;-1)$, $B(0;3;2)$, $C(-2;4;0)$ et $D(8;2;-11)$.

**1. a.** Démontrer que les points $A$, $B$ et $C$ définissent un plan.

**b.** Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}5\\8\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan $(ABC)$.

**c.** En déduire qu'une équation cartésienne du plan $(ABC)$ est $5x+8y-z-22=0$.

**d.** Vérifier que le point $D$ n'appartient pas au plan $(ABC)$.

**2. a.** On considère la droite Δ, orthogonale au plan $(ABC)$ et passant par $D$.
Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite Δ est :

$$\begin{cases} x = 8+5t \\ y = 2+8t \\ z = -11-t \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

**b.** On appelle $E$ le point d'intersection de la droite Δ et du plan $(ABC)$.
Démontrer que le point $E$ a pour coordonnées $\left(\frac{11}{2};-2;-\frac{21}{2}\right)$.

**c.** En déduire la valeur exacte de la longueur $DE$, distance du point $D$ au plan $(ABC)$.

**3.** On note $H$ le point de coordonnées $\left(-\frac{2}{3};\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right)$.
On admet qu'une représentation paramétrique de la droite $(BC)$ est :

$$\begin{cases} x = -2k \\ y = 3+k \\ z = 2-2k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

Avec un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats suivants :

| | |
|---|---|
| Entrée 1: | (-2/3-1)*(-2)+(10/3-2)*1+(4/3-(-1))*(-2) |
| Sortie 1: | → 0 |
| Entrée 2: | RésoudreSystème(-2*k=-2/3, 3+k=10/3, 2-2*k=4/3) |
| Sortie 2: | → k=-1/3 |
| Entrée 3: | RacineCarrée((-2/3)-1)^2+(10/3-2)^2+(4/3+1)^2)) |
| Sortie 3: | → RacineCarrée(10) |
| Entrée 4: | RacineCarrée((-2-0))^2+(4-3)^2+(0-2)^2) |
| Sortie 4: | → 3 |

**a.** En utilisant les deux premiers résultats obtenus avec la feuille de calculs ci-dessus, justifier que le point $H$ est le projeté orthogonal du point $A$ sur la droite (BC).

**b.** En exploitant les autres résultats obtenus avec la feuille de calculs ci-dessus, déterminer le volume du tétraèdre *ABCD*.
*On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre est donné par $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\times\mathcal{B}\times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur relative à cette base.*

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.