Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2026
Spécialité Mathématiques – Asie – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

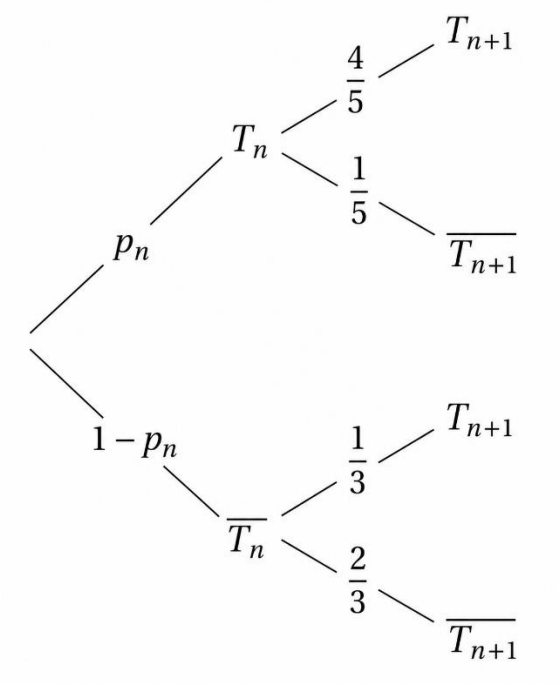
1. On a directement :

$$p_1 = \frac{1}{2}$$

Pour calculer p_2, on distingue selon le résultat du premier tir :

$$p_2 = P(T_2) = P(T_1)P(T_2 \mid T_1) + P(\overline{T_1})P(T_2 \mid \overline{T_1})$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{12}{30} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$$

2. On obtient l'arbre pondéré complété :



3. On utilise la formule des probabilités totales :

$$p_{n+1} = P(T_{n+1}) = P(T_n)P(T_{n+1} \mid T_n) + P(\overline{T_n})P(T_{n+1} \mid \overline{T_n})$$
$$= p_n \times \frac{4}{5} + (1 - p_n) \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5}p_n + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}p_n$$
$$= \frac{12}{15}p_n - \frac{5}{15}p_n + \frac{1}{3} = \frac{7}{15}p_n + \frac{1}{3}$$

4. a. Pour tout entier naturel n non nul :

$$u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{5}{8} = \frac{7}{15}p_n + \frac{1}{3} - \frac{5}{8} = \frac{7}{15}p_n - \frac{7}{24}$$

Or :

$$\frac{7}{15}u_n = \frac{7}{15}\left(p_n - \frac{5}{8}\right) = \frac{7}{15}p_n - \frac{7}{24}$$

Donc :

$$u_{n+1} = \frac{7}{15}u_n$$

La suite (u_n) est donc géométrique de raison :

$$\frac{7}{15}$$

4. b. On calcule d'abord son premier terme :

$$u_1 = p_1 - \frac{5}{8} = \frac{1}{2} - \frac{5}{8} = -\frac{1}{8}$$

Donc, pour tout entier naturel n non nul :

$$u_n = -\frac{1}{8} \times \left(\frac{7}{15}\right)^{n-1}$$

4. c. Comme $u_n = p_n - \frac{5}{8}$, on a :

$$p_n = u_n + \frac{5}{8}$$

En remplaçant u_n on trouve ainsi :

$$p_n = \frac{5}{8} - \frac{1}{8} \times \left(\frac{7}{15}\right)^{n-1}$$

5. Comme :

$$-1 < \frac{7}{15} < 1$$

on a alors :

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{7}{15}\right)^{n-1} = 0$$

Donc :

$$\lim_{n\to+\infty} p_n = \frac{5}{8}$$

Cela signifie qu'à long terme, la probabilité que le tireur atteigne le centre de la cible au n-ième tir se rapproche de $\frac{5}{8} = 0{,}625$.

6. La fonction complétée est :

```
def seuil():
    n = 1
    p = 0.5
    while p < 0.6 :
        n = n + 1
        p = (7/15) * p + 1/3
    return n
```

7. On résout :

$$p_n \geq 0{,}6$$

$$\Leftrightarrow p_n \geq \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{8} - \frac{1}{8}\left(\frac{7}{15}\right)^{n-1} \geq \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{8}\left(\frac{7}{15}\right)^{n-1} \geq \frac{3}{5} - \frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{8}\left(\frac{7}{15}\right)^{n-1} \geq -\frac{1}{40}$$

En multipliant par -8, on change le sens de l'inégalité :

$$\Leftrightarrow \left(\frac{7}{15}\right)^{n-1} \leq \frac{1}{5}$$

Les deux membres sont strictement positifs, donc on peut appliquer la fonction $\ln$, qui est strictement croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{7}{15}\right)^{n-1}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow (n-1)\ln\left(\frac{7}{15}\right) \leq \ln\left(\frac{1}{5}\right)$$

Or :

$$\ln\left(\frac{7}{15}\right) < 0$$

Donc on peut diviser par $\ln\left(\frac{7}{15}\right)$, et on change le sens de l'inégalité :

$$n - 1 \geq \frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{\ln\left(\frac{7}{15}\right)}$$

Or :

$$\frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{\ln\left(\frac{7}{15}\right)} \approx 2{,}11$$

Ainsi :

$$n - 1 \geq 2{,}11$$

Comme n est un entier, on obtient :

$$n - 1 \geq 3$$

$$\Leftrightarrow n \geq 4$$

Les entiers naturels non nuls qui vérifient $p_n \geq 0{,}6$ sont donc tous les entiers n tels que :

$$n \geq 4$$

EXERCICE 2 (5 points)

1. L'affirmation 1 est vraie.

Pour $x > 1$, on a :

$$f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

On factorise par x au numérateur et au dénominateur :

$$f(x) = \frac{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}}$$

Comme $x > 1$, $\sqrt{x^2} = x$, donc :

$$f(x) = \frac{1 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$$

Lorsque x tend vers $+\infty$, on a :

$$1 - \frac{1}{x} \to 1$$

et :

$$\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \to 1$$

Donc :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{1} = 1$$

2. L'affirmation 2 est vraie.

Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n :

$$w_n = (n+1)^2$$

Initialisation :
Pour $n = 0$, on a :

$$(0+1)^2 = 1 = w_0$$

La propriété est donc vraie au rang 0.

Hérédité :

Supposons qu'elle soit vraie pour un certain entier naturel n, c'est-à-dire :

$$w_n = (n+1)^2$$

Alors :

$$w_{n+1} = w_n + 2n + 3$$

$$w_{n+1} = (n+1)^2 + 2n + 3$$

$$w_{n+1} = n^2 + 2n + 1 + 2n + 3$$

$$w_{n+1} = n^2 + 4n + 4$$

$$w_{n+1} = (n+2)^2$$

$$w_{n+1} = ((n+1)+1)^2$$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout entier naturel n :

$$w_n = (n+1)^2$$

3. L'affirmation 3 est vraie.

La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres 3 et p. Ainsi :

$$P(X=1)=\binom{3}{1}p^1(1-p)^{3-1}=3p(1-p)^2$$

Or :

$$(1-p)^2=1-2p+p^2$$

Donc :

$$P(X=1)=3p(1-2p+p^2)=3p-6p^2+3p^3$$

4. L'affirmation 4 est fausse.

Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a :

$$v_n=\int_0^1 e^{nx}\,dx$$

Une primitive de $x \mapsto e^{nx}$ est :

$$x \mapsto \frac{1}{n}e^{nx}$$

Donc :

$$v_n=\left[\frac{1}{n}e^{nx}\right]_0^1=\frac{1}{n}e^n-\frac{1}{n}e^0=\frac{e^n-1}{n}$$

On obtient donc :

$$v_n \neq \frac{e^n}{n}$$

5 L'affirmation 5 est fausse.

Pour chacune des 16 cases, il y a 3 choix possibles : rouge, jaune ou noir.

Les choix sont indépendants d'une case à l'autre. Le nombre total de coloriages possibles est donc :

$$3^{16}$$

Ce n'est pas :

$$\binom{16}{3}$$

En effet, $\binom{16}{3}$ correspondrait à choisir 3 cases parmi 16, ce qui ne décrit pas ici tous les coloriages possibles avec trois couleurs.

EXERCICE 3 (5 points)

1. a. On calcule deux vecteurs du plan formé par les points B, C et E :

$$\overrightarrow{BC} = (2; 1; -2)$$

$$\overrightarrow{BE} = (1; -4; -1)$$

Ces deux vecteurs ne sont pas proportionnels, par exemple :

$$\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-4}$$

Donc les points B, C et E ne sont pas alignés.

1. b. On calcule :

$$\overrightarrow{AF} = (3; 0; 3)$$

Pour montrer que $\overrightarrow{AF}$ est normal au plan (BCE), il suffit de montrer qu'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de ce plan, par exemple $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BE}$.

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} = 3 \times 2 + 0 \times 1 + 3 \times (-2) = 0$$

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BE} = 3 \times 1 + 0 \times (-4) + 3 \times (-1) = 0$$

Le vecteur $\overrightarrow{AF}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (BCE). Il est donc normal au plan (BCE).

1. c. Le vecteur $\overrightarrow{AF} = (3; 0; 3)$ est normal au plan (BCE). On peut donc aussi utiliser le vecteur normal :

$$\vec{n} = (1; 0; 1)$$

Une équation cartésienne du plan (BCE) est donc de la forme :

$$x + z + d = 0$$

Comme le point $B(1; 2; 3)$ appartient au plan, on obtient :

$$1 + 3 + d = 0 \Leftrightarrow d = -4$$

Ainsi, une équation cartésienne du plan (BCE) est :

$$x + z - 4 = 0$$

2. a. On teste les coordonnées de $G(5; 1; 2)$ dans l'équation du plan (BCE) :

$$x + z - 4 = 5 + 2 - 4 = 3$$

On obtient un résultat différent de 0, donc le point G n'appartient pas au plan (BCE).

2. b. On sait, d'après la question 1.b, que $\overrightarrow{AF}$ est un vecteur normal au plan (BCE).

On calcule :

$$\overrightarrow{AG} = (5; 1; 1)$$

Donc :

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AG} = 3 \times 5 + 0 \times 1 + 3 \times 1 = 18$$

Ainsi :

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AG} \neq 0$$

Donc $\overrightarrow{AG}$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{AF}$.

Or $\overrightarrow{AF}$ est un vecteur normal au plan (BCE). Donc tout vecteur directeur de ce plan est orthogonal à $\overrightarrow{AF}$.

Ainsi, $\overrightarrow{AG}$ n'est pas un vecteur directeur du plan (BCE). Il n'est donc pas coplanaire avec $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AG}$ ne sont donc pas coplanaires.

2. c. Les vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BC}$ dirigent le plan (BCE).

Si la droite (AG) était parallèle au plan (BCE), alors son vecteur directeur $\overrightarrow{AG}$ serait coplanaire avec $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Or on vient de montrer que ce n'est pas le cas. Donc la droite (AG) n'est pas parallèle au plan (BCE).

Ainsi, la droite (AG) et le plan (BCE) sont sécants.

3. a. La droite (AG) passe par $A(0; 0; 1)$ et a pour vecteur directeur :

$$\overrightarrow{AG} = (5; 1; 1)$$

Une représentation paramétrique de la droite (AG) est donc :

$$\begin{cases} x = 0 + 5t = 5t \\ y = 0 + 1t = t \\ z = 1 + 1t = 1 + t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

3. b. Le point P appartient à la fois à la droite (AG) et au plan (BCE).

On remplace donc x, y et z dans l'équation du plan :

$$x + z - 4 = 0$$

Avec la représentation paramétrique de (AG), on obtient :

$$5t + (1 + t) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6t - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

On en déduit les coordonnées de P :

$$P\left(5 \times \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1 + \frac{1}{2}\right) \qquad \text{donc} \qquad P\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

3. c. Le milieu du segment $[EC]$ a pour coordonnées :

$$\left(\frac{x_E + x_C}{2}; \frac{y_E + y_C}{2}; \frac{z_E + z_C}{2}\right)$$

Donc :

$$\left(\frac{2+3}{2}; \frac{-2+3}{2}; \frac{2+1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

On retrouve les coordonnées de P. Donc P est le milieu du segment $[EC]$.

4. Le point G appartient au plan (ACG) par définition.

D'après la question 2.a, le point G n'appartient pas au plan (BCE). Donc les plans (ACG) et (BCE) sont distincts.

Le point C appartient aux deux plans par définition.

Ainsi, les plans (ACG) et (BCE) sont deux plans distincts ayant au moins un point commun. Ils sont donc sécants selon une droite.

D'après la question 3.b, le point P appartient à la droite (AG). Or la droite (AG) est incluse dans le plan (ACG), donc :

$$P \in (ACG)$$

De plus, d'après la question 3.b, le point P appartient aussi au plan (BCE), donc :

$$P \in (BCE)$$

Les points C et P appartiennent donc aux deux plans. Comme C et P sont distincts, la droite d'intersection des plans (BCE) et (ACG) est :

$$(CP)$$

D'après la question 3.c, le point P est le milieu du segment $[EC]$, donc les points C, P et E sont alignés. On peut donc aussi écrire que l'intersection des deux plans est la droite :

$$(CE)$$

EXERCICE 4 (5 points)

1. a. La fonction g est dérivable sur $[0; 2\pi]$.

On dérive le produit :

$$g'(x) = 1 \times \cos(x) + x \times (-\sin(x)) - \cos(x)$$

$$g'(x) = \cos(x) - x\sin(x) - \cos(x) = -x\sin(x)$$

1. b. On étudie le signe de $g'(x)$ sur $[0; 2\pi]$.

Pour tout $x \in [0; 2\pi]$, on a $x \geq 0$. Le signe de $g'(x) = -x\sin(x)$ est donc l'opposé du signe de $\sin(x)$.

Sur $[0; \pi]$, on a :

$$\sin(x) \geq 0$$

Donc :

$$g'(x) \leq 0$$

La fonction g est donc décroissante sur $[0; \pi]$.

Sur $[\pi; 2\pi]$, on a :

$$\sin(x) \leq 0$$

Donc :

$$g'(x) \geq 0$$

La fonction g est donc croissante sur $[\pi; 2\pi]$.

On calcule maintenant les valeurs indiquées dans le tableau :

$$g(0) = 0\cos(0) - \sin(0) = 0$$

$$g(\pi) = \pi\cos(\pi) - \sin(\pi) = -\pi$$

$$g(2\pi) = 2\pi\cos(2\pi) - \sin(2\pi) = 2\pi$$

On retrouve bien tous les éléments du tableau de variations donné.

1. c. La fonction g est continue sur $[\pi; 2\pi]$, car elle est dérivable sur cet intervalle.

De plus :

$$g(\pi) = -\pi < 0$$

et :

$$g(2\pi) = 2\pi > 0$$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins une valeur réelle $\alpha \in [\pi; 2\pi]$ telle que :

$$g(\alpha) = 0$$

De plus, d'après le tableau de variations, la fonction g est strictement croissante sur $[\pi; 2\pi]$. Elle ne peut donc s'annuler qu'une seule fois sur cet intervalle.

Il existe donc une unique valeur réelle $\alpha \in [\pi; 2\pi]$ telle que :

$$g(\alpha) = 0$$

1. d. D'après les questions précédentes, on sait que :

$$g(0) = 0$$

$$g(\alpha) = 0$$

La fonction g est décroissante de 0 à $-\pi$ sur $[0; \pi]$, donc elle est négative sur $]0; \pi]$. Ensuite, elle est croissante sur $[\pi; 2\pi]$ et s'annule une seule fois en α.

On en déduit le signe de g sur $[0; 2\pi]$:

$$g(x) = 0 \quad \text{pour } x = 0 \text{ et } x = \alpha$$

$$g(x) < 0 \quad \text{pour } x \in]0; \alpha[$$

$$g(x) > 0 \quad \text{pour } x \in]\alpha; 2\pi]$$

Ce qui donne le tableau de signe suivant :

x	0		α		2π
$g(x)$	0	$-$	0	$+$	

2. a. Comme $x \neq 0$, on peut dériver f comme un quotient :

$$f'(x) = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}$$

Or :

$$g(x) = x\cos(x) - \sin(x)$$

Donc :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

2. b. Pour tout réel $x \in]0; 2\pi]$, on a :

$$x^2 > 0$$

Donc $f'(x)$ est du même signe que $g(x)$.

D'après la question 1.d :

$$f'(x) < 0 \quad \text{sur }]0;\alpha[$$

$$f'(\alpha) = 0$$

$$f'(x) > 0 \quad \text{sur }]\alpha;2\pi]$$

2. c. On déduit du signe de f' que la fonction f est strictement décroissante sur $]0;\alpha]$, puis strictement croissante sur $[\alpha;2\pi]$.

Donc f atteint son minimum en α sur l'intervalle $]0;2\pi]$.

2. d. On reconnaît le taux d'accroissement de la fonction sinus entre 0 et x :

$$\frac{\sin(x)}{x} = \frac{\sin(x) - \sin(0)}{x - 0}$$

Lorsque x tend vers 0, ce taux d'accroissement tend vers le nombre dérivé de la fonction sinus en 0.

Or :

$$\sin'(0) = \cos(0) = 1$$

Donc :

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 1$$

3. On sait que $0 < r < s < \pi$.

D'après la question 2.c, la fonction f est strictement décroissante sur $]0;\alpha]$. Or $\alpha \in [\pi;2\pi]$, donc l'intervalle $]0;\pi[$ est inclus dans $]0;\alpha]$.

Ainsi, f est strictement décroissante sur $]0;\pi[$.

Comme :

$$0 < r < s < \pi$$

on a donc :

$$f(r) > f(s)$$

C'est-à-dire :

$$\frac{\sin(r)}{r} > \frac{\sin(s)}{s}$$

Comme $r > 0$, $s > 0$ et $\sin(s) > 0$, on peut multiplier et diviser par des nombres strictement positifs sans changer le sens de l'inégalité :

$$\Leftrightarrow s\sin(r) > r\sin(s)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin(r)}{\sin(s)} > \frac{r}{s}$$

———

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.