Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2026
Spécialité Mathématiques – Asie – Jour 2

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2026

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Partie A

1. La fonction f est définie sur $]-\infty;\frac{3}{2}[$, car le dénominateur $2x-3$ ne doit pas s'annuler.

Pour tout $x<\frac{3}{2}$, on a :

$$f'(x)=\frac{(2x-3)-2(x-2)}{(2x-3)^2}=\frac{1}{(2x-3)^2}$$

Ainsi, $f'(x)>0$ sur $]-\infty;\frac{3}{2}[$, donc f est strictement croissante sur cet intervalle.

Pour la limite en $-\infty$, on compare les termes de plus haut degré :

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-2}{2x-3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}$$

Pour la limite en $\frac{3}{2}$ à gauche, on a :

$$\lim_{x\to\frac{3}{2}}x-2=-\frac{1}{2}\qquad\text{et}\qquad\lim_{x\to\frac{3}{2}}2x-3=0^-$$

Donc le quotient tend vers $+\infty$:

$$\lim_{x\to\frac{3}{2}}f(x)=+\infty$$

On retrouve bien tous les éléments du tableau de variation.

2. Sur l'intervalle $[0;1]$, la fonction f est croissante. Donc, pour tout $x\in[0;1]$, on a :

$$f(0)\leq f(x)\leq f(1)$$

Or

$$f(0)=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}\qquad\text{et}\qquad f(1)=\frac{-1}{-1}=1$$

Ainsi,

$$\frac{2}{3}\leq f(x)\leq 1$$

On en déduit bien que, pour tout $x\in[0;1]$, on a :

$$f(x)\in[0;1]$$

Partie B

1. On raisonne par récurrence.

Initialisation :

On a

$$u_0 = 0 \qquad \text{et} \qquad u_1 = f(0) = \frac{2}{3}$$

Donc

$$0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 1$$

La propriété est vraie au rang 0.

Hérédité :

Supposons que, pour un certain entier naturel n,

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

Comme u_n et u_{n+1} appartiennent à $[0; 1]$, et comme f est croissante sur cet intervalle, on obtient :

$$f(u_n) \leq f(u_{n+1})$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} \leq u_{n+2}$$

De plus, d'après la question A.2, comme $u_{n+1} \in [0; 1]$, alors

$$u_{n+2} = f(u_{n+1}) \in [0; 1]$$

Ainsi,

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 1$$

La propriété est donc héréditaire.

Conclusion :
Par récurrence, pour tout entier naturel n, on a :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$$

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est croissante et majorée par 1.

Une suite croissante et majorée est convergente. Donc la suite (u_n) converge.

3. On note ℓ la limite de la suite. Comme tous les termes de la suite appartiennent à $[0; 1]$, on a aussi :

$$\ell \in [0; 1]$$

La fonction f est continue sur $[0;1]$, donc en passant à la limite dans la relation

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

on obtient :

$$\ell = f(\ell)$$

On résout alors l'équation :

$$\ell = \frac{\ell - 2}{2\ell - 3}$$

Comme $\ell \in [0;1]$, on a bien $2\ell - 3 \neq 0$. On peut donc multiplier :

$$\ell(2\ell - 3) = \ell - 2$$
$$\Leftrightarrow 2\ell^2 - 3\ell = \ell - 2$$
$$\Leftrightarrow 2\ell^2 - 4\ell + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2(\ell - 1)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \ell = 1$$

La limite de la suite est donc 1.

4. La fonction seuil(h) calcule les termes successifs de la suite jusqu'à ce que l'on ait :

$$u_n \geq 1 - h$$

L'appel seuil(0.0001) renvoie 5000. Cela signifie que 5000 est le premier rang à partir duquel le terme de la suite est supérieur ou égal à $1 - 0{,}0001$, c'est-à-dire à $0{,}9999$.

Autrement dit :

$$u_{4999} < 0{,}9999 \leq u_{5000}$$

Comme la suite est croissante et converge vers 1, cela signifie aussi que pour tout $n \geq 5000$, u_n est à moins de 10^{-4} de sa limite.

5.a. Les quatre premiers termes, en partant de u_0, sont :

$$u_0 = 0 \qquad u_1 = \frac{2}{3}$$
$$u_2 = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{5} \qquad u_3 = f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{6}{7}$$

5.b. On peut conjecturer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n = \frac{2n}{2n + 1}$$

Démontrons cette formule par récurrence.

Initialisation :

Pour $n = 0$,

$$\frac{2 \times 0}{2 \times 0 + 1} = 0$$

Donc la formule est vraie au rang 0.

Hérédité :

Supposons que, pour un certain entier naturel n,

$$u_n = \frac{2n}{2n+1}$$

Alors

$$u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2u_n - 3}$$

En remplaçant u_n par l'expression conjecturée :

$$u_{n+1} = \frac{\frac{2n}{2n+1} - 2}{2\frac{2n}{2n+1} - 3}$$

On simplifie le numérateur et le dénominateur :

$$u_{n+1} = \frac{\frac{2n - 2(2n+1)}{2n+1}}{\frac{4n - 3(2n+1)}{2n+1}} = \frac{-2n-2}{-2n-3} = \frac{2n+2}{2n+3}$$

Or

$$\frac{2n+2}{2n+3} = \frac{2(n+1)}{2(n+1)+1}$$

La formule est donc vraie au rang $n+1$.

Conclusion :

Par récurrence, pour tout entier naturel n,

$$u_n = \frac{2n}{2n+1}$$

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A

1. Les 16 lancers-francs sont effectués dans des conditions identiques et sont indépendants deux à deux. Chaque lancer a deux issues possibles : réussite ou échec.

La probabilité de réussite est :

$$p = 0{,}492$$

La variable aléatoire X, qui compte le nombre de lancers-francs réussis parmi 16, suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = 0{,}492$:

$$X \sim \mathcal{B}(16; 0{,}492)$$

2. L'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p vaut np. Donc :

$$E(X) = 16 \times 0{,}492 = 7{,}872$$

Cela signifie que, sur un grand nombre de matchs où le joueur effectue 16 lancers-francs, il réussirait en moyenne environ $7{,}872$ lancers-francs par match, c'est-à-dire environ 8.

3. On utilise la formule de la loi binomiale :

$$P(X = 5) = \binom{16}{5} \times 0{,}492^5 \times (1 - 0{,}492)^{11} = \binom{16}{5} \times 0{,}492^5 \times 0{,}508^{11}$$

À la calculatrice, on obtient :

$$P(X = 5) \approx 0{,}073$$

4. On cherche :

$$P(X \geq 6)$$

On peut passer par l'événement contraire :

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$$

À la calculatrice :

$$P(X \geq 6) \approx 0{,}883$$

Le joueur a donc environ $88{,}3\%$ de chances de réussir au moins six lancers-francs.

Partie B

1. Le joueur effectue 3 lancers-francs, donc le nombre de réussites possibles est :

$$0,\ 1,\ 2,\ 3$$

Ainsi, la variable aléatoire Y prend ses valeurs dans :

$$\{0; 1; 2; 3\}$$

2. L'événement $(Y = 2)$ correspond au fait que le joueur réussit exactement 2 lancers-francs parmi 3.

On a donc :

$$P(Y = 2) = \binom{3}{2} p^2(1-p) = 3p^2(1-p)$$

3. La variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres 3 et p. On obtient donc le tableau suivant :

k	0	1	2	3
$P(Y = k)$	$(1-p)^3$	$3p(1-p)^2$	$3p^2(1-p)$	p^3

4. On a :

$$P(Y \geq 2) = P(Y = 2) + P(Y = 3)$$

Donc :

$$P(Y \geq 2) = 3p^2(1-p) + p^3 = 3p^2 - 3p^3 + p^3 = -2p^3 + 3p^2$$

5.a. La fonction f est définie et dérivable sur $[0; 1]$:

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2$$

On calcule sa dérivée :

$$f'(x) = -6x^2 + 6x = 6x(1-x)$$

Sur l'intervalle $[0; 1]$, on a $x \geq 0$ et $1 - x \geq 0$. Donc :

$$f'(x) \geq 0$$

La fonction f est donc croissante sur $[0; 1]$.

De plus :

$$f(0) = 0 \qquad \text{et} \qquad f(1) = 1$$

Le tableau de variation est donc :

x	0		1
$f'(x)$	0	$+$	0
$f(x)$	0	↗	1

5.b. La fonction f est continue sur $[0; 1]$, car c'est une fonction polynôme. D'après la question précédente, elle est croissante sur $[0; 1]$, avec :

$$f(0) = 0 \qquad \text{et} \qquad f(1) = 1$$

Or :

$$0 < 0{,}9 < 1$$

Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins une valeur $\alpha \in [0; 1]$ telle que :

$$f(\alpha) = 0{,}9$$

Comme f est strictement croissante sur $]0; 1[$, cette valeur est unique.

5.c. On calcule :

$$f(0{,}80) = -2 \times 0{,}80^3 + 3 \times 0{,}80^2 = 0{,}896$$

et

$$f(0{,}81) = -2 \times 0{,}81^3 + 3 \times 0{,}81^2 \approx 0{,}905$$

On a donc :

$$f(0{,}80) < 0{,}9 < f(0{,}81)$$

Comme f est strictement croissante sur $[0; 1]$, on en déduit :

$$0{,}80 < \alpha < 0{,}81$$

Cet encadrement est bien d'amplitude 10^{-2}.

5.d. D'après la question B.4, $f(p)$ est la probabilité que le joueur réussisse au moins 2 lancers-francs sur 3.

Or α est défini par :

$$f(\alpha) = 0{,}9$$

Ainsi, si $p = \alpha$, alors la probabilité que le joueur réussisse au moins 2 lancers-francs sur 3 est égale à $0{,}9$.

Comme $0{,}80 < \alpha < 0{,}81$, cela correspond à une probabilité de réussite à un lancer-franc comprise entre 80% et 81%.

EXERCICE 3 (5 points)

1.a. On considère les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -2)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1; -1; 3)$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires : par exemple, les premières coordonnées donneraient un coefficient -2, mais les deuxièmes coordonnées ne correspondent pas.

Donc les points A, B et C ne sont pas alignés. Ils définissent donc un plan.

1.b. On vérifie que le vecteur $\vec{n}(1; 4; 1)$ est orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan (ABC).

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \times (-2) + 4 \times 1 + 1 \times (-2) = 0$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times 1 + 4 \times (-1) + 1 \times 3 = 0$$

Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et à $\overrightarrow{AC}$. Comme ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, $\vec{n}$ est normal au plan (ABC).

1.c. Le plan (ABC) admet pour vecteur normal $\vec{n}(1; 4; 1)$. Une équation cartésienne de ce plan est donc de la forme :

$$x + 4y + z + d = 0$$

Comme le point $A(1; 2; 3)$ appartient au plan, on obtient :

$$1 + 4 \times 2 + 3 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow 12 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = -12$$

Ainsi, une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x + 4y + z - 12 = 0$$

2.a. La droite (d) est perpendiculaire au plan (ABC), donc elle a pour vecteur directeur un vecteur normal au plan, par exemple $\vec{n}(1;4;1)$.

Comme elle passe par $D(3;-2;-1)$, une équation paramétrique de (d) est :

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

2.b. Le point H est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Il appartient donc à la droite (d) et au plan (ABC).

On remplace les coordonnées de la droite dans l'équation du plan :

$$(3 + t) + 4(-2 + 4t) + (-1 + t) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow -18 + 18t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

On remplace alors t par 1 dans l'équation paramétrique de la droite :

$$H(4;2;0)$$

2.c. La distance du point D au plan (ABC) est la longueur DH.

$$\overrightarrow{DH} = (4 - 3; 2 - (-2); 0 - (-1)) = (1;4;1)$$

Donc :

$$DH = \sqrt{1^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Ainsi, la distance du point D au plan (ABC) est bien égale à $3\sqrt{2}$.

3.a. On utilise les vecteurs :

$$\overrightarrow{AB} = (-2;1;-2) \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AC} = (1;-1;3)$$

On calcule leur produit scalaire :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-2) \times 1 + 1 \times (-1) + (-2) \times 3 = -9$$

De plus :

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

$$AC = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{11}$$

Donc :

$$\cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = \frac{-9}{3\sqrt{11}} = -\frac{3}{\sqrt{11}}$$

En rationalisant :

$$\cos(\widehat{BAC}) = -\frac{3\sqrt{11}}{11}$$

3.b. On sait que :

$$\sin^2(\widehat{BAC}) + \cos^2(\widehat{BAC}) = 1$$

Donc :

$$\sin^2(\widehat{BAC}) = 1 - \left(-\frac{3\sqrt{11}}{11}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(\widehat{BAC}) = 1 - \frac{99}{121}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2(\widehat{BAC}) = \frac{22}{121}$$

Comme $\widehat{BAC}$ est un angle géométrique, son sinus est positif. Ainsi :

$$\sin(\widehat{BAC}) = \frac{\sqrt{22}}{11}$$

3.c. L'aire du triangle ABC est donnée par :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin(\widehat{BAC})$$

On remplace par les valeurs trouvées :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{11} \times \frac{\sqrt{22}}{11} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{11\sqrt{2}}{11} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

4. On choisit comme base du tétraèdre le triangle ABC. La hauteur associée est alors la distance du point D au plan (ABC), c'est-à-dire :

$$h = 3\sqrt{2}$$

D'après la question 3.c, l'aire de la base vaut :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est donc :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$$

EXERCICE 4 (5 points)

1. L'affirmation 1 est fausse.

La fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On calcule :

$$f'(x) = 5\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^4 = -\frac{5}{2}\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^4$$

puis :

$$f''(x) = -\frac{5}{2}\times 4\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^3 = 5\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^3$$

Le signe de $f''(x)$ est donc du signe de $-\frac{1}{2}x+3$. En particulier :

$$-\frac{1}{2}x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 6$$

Ainsi, $f''(x) \geq 0$ sur $]-\infty;6]$, mais $f''(x) < 0$ sur $]6;+\infty[$.

La fonction f n'est donc pas convexe sur $\mathbb{R}$.

2. L'affirmation 2 est vraie.

Les multiples de 8 compris entre 1 et 32 sont :

$$8,\ 16,\ 24,\ 32$$

Il y en a donc 4. Les autres jetons sont au nombre de :

$$32-4=28$$

Le nombre total de tirages possibles est :

$$\binom{32}{5}$$

Le nombre de tirages ne contenant aucun multiple de 8 est :

$$\binom{28}{5}$$

Donc le nombre de tirages contenant au moins un multiple de 8 est :

$$\binom{32}{5}-\binom{28}{5} = 201376-98280 = 103096$$

3. L'affirmation 3 est fausse.

D'après l'arbre, on a :

$$P(A)=\frac{2}{5} \qquad P_A(B)=\frac{1}{4} \qquad P(\overline{A})=\frac{3}{5} \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{7}{10}$$

Donc :

$$P_{\overline{A}}(B) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

On calcule :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

et :

$$P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{50}$$

Ainsi :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = \frac{1}{10} + \frac{9}{50} = \frac{14}{50}$$

On cherche :

$$P_B(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)}$$

Donc :

$$P_B(\overline{A}) = \frac{\frac{9}{50}}{\frac{14}{50}} = \frac{9}{14}$$

On obtient $\frac{9}{14}$, et non $\frac{9}{50}$. L'affirmation est donc fausse.

4. L'affirmation 4 est vraie

On dérive :

$$h'(x) = -e^{-x}\sin(x) + e^{-x}\cos(x)$$

Donc :

$$h'(x) + h(x) = -e^{-x}\sin(x) + e^{-x}\cos(x) + e^{-x}\sin(x) = e^{-x}\cos(x)$$

La fonction h est donc bien solution de l'équation différentielle.

5. L'affirmation 5 est fausse.

On teste les fonctions de la forme :

$$k(x) = Ce^{-x}\sin(x)$$

On obtient, de la même façon que précédemment :

$$k'(x) + k(x) = Ce^{-x}\cos(x)$$

Pour que k soit solution de l'équation différentielle, il faudrait donc :

$$Ce^{-x}\cos(x) = e^{-x}\cos(x)$$

ce qui impose $C = 1$. Les fonctions de la forme $Ce^{-x}\sin(x)$ ne sont donc pas toutes solutions.

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.