Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

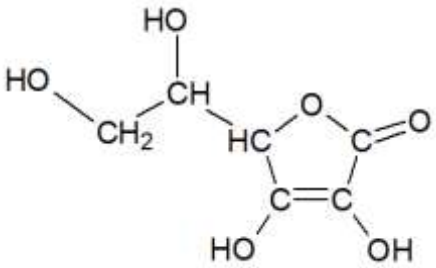
Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac Métropole 2023 Jour 2 CORRECTION © https://labolycee/org

EXERCICE I : ÉTUDE DE LA VITAMINE CONTENUE DANS LES KIWIS (9 pts)

1. Quelques propriétés de l'acide ascorbique

Q1.



A : famille des alcools (groupe hydroxyle)
B : famille des esters (groupe ester)

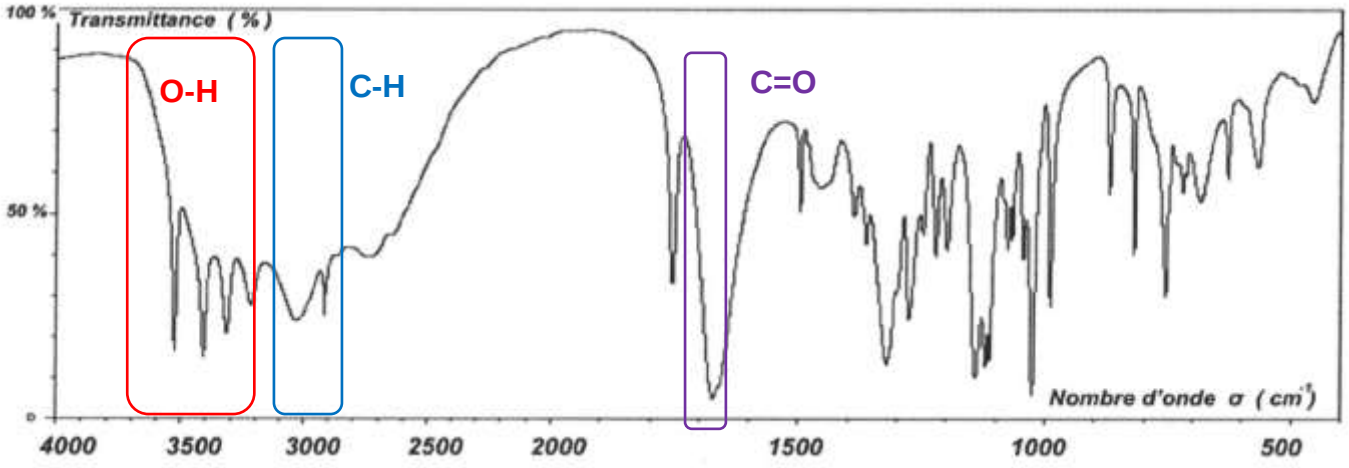
Q2. Le spectre IR de la figure 1. est compatible avec la structure de la vitamine C car il comporte :

- une bande d'absorption forte et large entre 3200 et 3700 cm^{-1} pour les liaisons O-H ;

- une bande d'absorption forte et fine entre 1650 et 1730 cm^{-1} pour la liaison C=O ;

- une bande d'absorption forte entre 2850 et 3100 cm^{-1} pour les liaisons C-H.

La bande d'absorption faible et fine entre 1620 et 1680 cm^{-1} pour la liaison C=C n'est pas visible, elle peut être masquée par la bande de la liaison C=O.



Q3. $n_0 = \dfrac{m_0}{M(C_6H_8O_6)}$ soit $n_0 = \dfrac{1{,}0}{176} = 5{,}7\times10^{-3}\,\text{mol}$

1/176
5.681818182E-3

Q4. Un acide est qualifié de faible si sa réaction avec l'eau n'est pas totale.

Q5. Pour une solution d'acide fort de concentration C en quantité de matière de soluté apporté, pH = – log(C).

Rep/50E-3
1.136363636E-1

Déterminons C : $C = \dfrac{n_0}{V}$ donc $C = \dfrac{5{,}7\times10^{-3}}{50\times10^{-3}} = 0{,}11\ \text{mol.L}^{-1}$

Donc –log(C) = –log(0,11) = 0,94 (valeur de C non arrondie utilisée)

Or pH = 2,6, il s'est donc formé moins d'ions oxonium que prévu. L'acide est bien un acide faible.

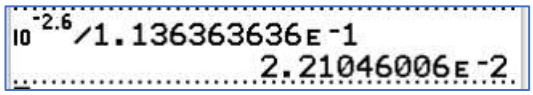
Autre méthode : Pour alléger l'écriture, on prend l'initiative de noter AH l'acide ascorbique $C_6H_8O_6$ et A^- sa base conjuguée $C_6H_7O_6^-$.
Déterminons le taux d'avancement de la réaction entre l'acide ascorbique AH et l'eau :
$AH(aq) + H_2O(l) \leftrightarrows A^-(aq) + H_3O^+(aq)$

$n_{H_3O^+} = x_f$, donc $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$.

D'autre part $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ donc $x_f = 10^{-pH}.V$

Si la transformation est totale alors $nAH_{initiale} - x_{max} = 0$, soit $c.V - x_{max} = 0$ ainsi $x_{max} = c.V$.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-pH}.V}{c.V} = \frac{10^{-pH}}{c}$$



$$\tau = \frac{10^{-2,6}}{0,11} = 2,2\times10^{-2} = 2,2\ \% << 100\%$$ l'acide est faible.

Q6. L'équation de réaction est : $AH(aq) + H_2O(l) \leftrightarrows A^-(aq) + H_3O^+(aq)$

Par définition : $K_A = \frac{\frac{[H_3O^+]_f}{c^o} \times \frac{[A^-]_f}{c^o}}{\frac{[AH]_f}{c^o}} = \frac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f \times c^o}$

D'après l'équation, on a $\frac{n(A^-)_f}{1} = \frac{n(H_3O^+)_f}{1}$

En divisant par le volume $V_{solution}$: $[A^-]_f = [H_3O^+]_f = c^o \times 10^{-pH}$ (par définition du pH)

Par définition, $[AH]_f = \frac{n(AH)_f}{V}$; or $n(AH)_f = n(AH)_i - n(AH)_{consommée} = C \times V - n(AH)_{consommée}$

De même, d'après l'équation de réaction : $\frac{n(AH)_{consommée}}{1} = \frac{n(H_3O^+)_f}{1}$

Ainsi, $[AH]_f = \frac{C \times V - n(AH)_{consommée}}{V} = \frac{C \times V - n(H_3O^+)_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$

Vu que $[H_3O^+]_f = c^o \times 10^{-pH}$, $K_A = \frac{[H_3O^+]_f \times [A^-]_f}{[AH]_f \times c^0} = \frac{\left(c^0 \times 10^{-pH}\right)^2}{\left(C - c^0 \times 10^{-pH}\right) \times c^0}$

Par définition, $pK_A = -\log(K_A) = -\log\left(\frac{\left(c^0 \times 10^{-pH}\right)^2}{\left(C - c^0 \times 10^{-pH}\right) \times c^0}\right)$

Ainsi $pK_A = -\log\left(\frac{\left(1,0 \times 10^{-2,6}\right)^2}{\left(0,11 - 1,0 \times 10^{-2,6}\right) \times 1,0}\right) = 4,2$

Rq : il était possible de passer par un tableau d'avancement (voir sujet « solution désinfectante » Amérique du Sud 2022).

2. Acide ascorbique dans un kiwi jaune

Q7. Le pH du jus (3,5) étant inférieur au pKa du couple $C_6H_8O_6/C_6H_7O_6^-$, c'est la forme acide $C_6H_8O_6$ qui prédomine.

Q8. À l'équivalence d'un titrage, le réactif titré et le réactif titrant ont été introduits dans les proportion stœchiométriques de l'équation de titrage.

Donc ici : $\frac{n(I_2)_{titré}}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})_{versé}}{2}$ soit encore $n(I_2)_{titré} = \frac{C_2 \times V_2}{2}$

$$n(I_2)_{titré} = \frac{5{,}00 \times 10^{-2} \times 16{,}5 \times 10^{-3}}{2} = 4{,}13 \times 10^{-4}\text{mol}$$

Q9. Il faut d'abord déterminer la quantité d'acide ascorbique dans un kiwi jaune.

Dans la 1ère réaction, il y avait $n(I_2)_i = C_1 \times V_1$ soit $n(I_2)_i = 2{,}9 \times 10^{-2} \times 20{,}0 \times 10^{-3} = 5{,}8 \times 10^{-4}\text{mol}$

Vu que $n(I_2)_{titré} = 4{,}13 \times 10^{-4}\text{mol}$, cela signifie que $n(I_2)_{consommé} = n(I_2)_i - n(I_2)_{titré}$

Donc $n(I_2)_{consommé} = 5{,}8 \times 10^{-4} - 4{,}13 \times 10^{-4} = 1{,}7 \times 10^{-4}\text{mol}$

D'après l'équation de la réaction de l'étape 1 : $\frac{n(C_6H_8O_6)_i}{1} = \frac{n(I_2)_{consommé}}{1}$

Ainsi $n(C_6H_8O_6)_i = 1{,}7 \times 10^{-4}\text{mol}$.

Cependant, on a fait réagir 50,0 mL de la solution S de volume total 250 mL : il y a donc 5 fois plus (250 / 50,0) d'acide ascorbique dans un kiwi jaune :
$n(C_6H_8O_6)_{Kiwi} = 5 \times 1{,}7 \times 10^{-4} = 8{,}5 \times 10^{-4}\text{mol}$

Donc $m(C_6H_8O_6)_{Kiwi} = n(C_6H_8O_6)_{Kiwi} \times M(C_6H_8O_6)$ soit $m(C_6H_8O_6)_{Kiwi} = 8{,}5 \times 10^{-4} \times 176 = 0{,}15$ g

D'après l'énoncé, la DJA en acide ascorbique pour un adulte est de 110 mg soit 0,110 g ; ainsi, un seul kiwi jaune suffit pour l'atteindre.

Q10. Avec un kiwi vert de même masse, $V_2^{'} > V_2$, cela signifie qu'il reste plus de diiode I_2 qui n'a pas réagi : il y a donc moins d'acide ascorbique que dans un kiwi jaune de même masse.

3. Oxydation de l'acide ascorbique

Q11. Il y a réaction entre l'oxydant BM^+ et le réducteur $C_6H_8O_6$:
$C_6H_6O_6/\ C_6H_8O_6$: oxydation $C_6H_8O_6 = C_6H_6O_6 + 2\ e^- + 2\ H^+$ (x 1)
BM^+/BMH : réduction $BM^+ + H^+ + 2\ e^- = BMH$ (x 1)

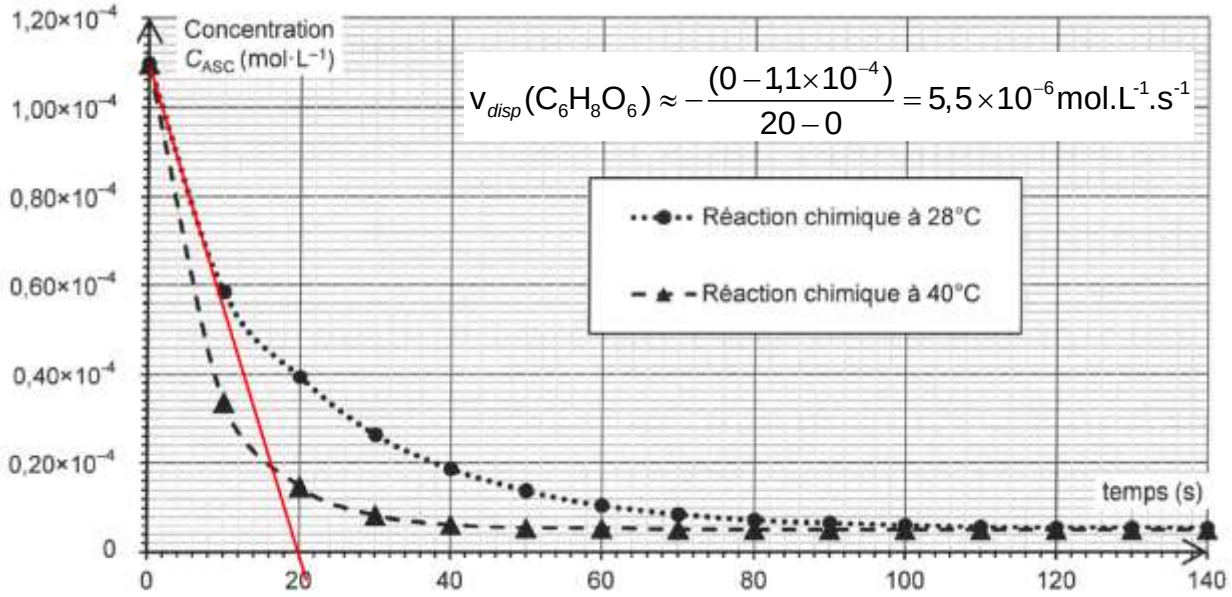
En combinant les demi-équation électroniques :

$$C_6H_8O_6 + BM^+ + H^+ \rightarrow C_6H_6O_6 + 2\ H^+ + BMH$$

soit $$C_6H_8O_6 + BM^+ \rightarrow C_6H_6O_6 + H^+ + BMH$$

Q12. Par définition : $v_{disp}(C_6H_8O_6) = -\frac{d[C_6H_8O_6]}{dt} = -\frac{dC_{ASC}}{dt}$ avec la notation de l'énoncé.

On peut écrire $v_{disp}(C_6H_8O_6) \approx -\frac{\Delta C_{ASC}}{\Delta t}$: la valeur de la vitesse volumique est égale à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe.



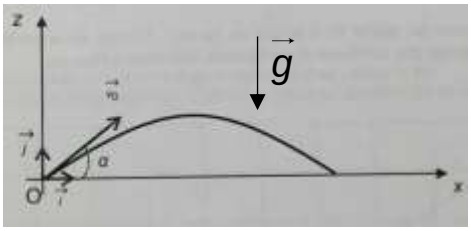
Q13. On identifie :

- le facteur cinétique **température** : la durée de la réaction est plus courte pour une température plus élevée ;
- le facteur cinétique **concentration des réactifs** : au fur et à mesure que les réactifs sont consommés, leur concentration diminue et donc la vitesse volumique de disparition diminue (en effet, la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente diminue au cours du temps).

Bac Métropole 2023 Jour 2 CORRECTION © https://labolycee/org

EXERCICE 2 PROTECTION DES CRAPAUDS (5 pts)

Q1. Système {Crapaud} de masse *m* et de centre de masse G
Référentiel terrestre supposé galiléen.
Repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ d'axes Ox et Oz.



Forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
Actions de l'air négligées.

Deuxième loi de Newton : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$ soit $\vec{P} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$ d'où $m \cdot \vec{g} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$ donc $\boxed{\overrightarrow{a_G} = \vec{g}}$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ il vient : $\boxed{\overrightarrow{a_G}\begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{cases}}$.



Q2. $\overrightarrow{a_G} = \dfrac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$ donc $a_x = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = 0$ et $a_z = \dfrac{dv_z(t)}{dt} = -g$

Ainsi en primitivant on obtient : $\overrightarrow{v_G}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales : $\overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

Comme $\overrightarrow{v_G}(t=0) = \overrightarrow{v_0}$ il vient : $\begin{cases} Cte_1 = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 + Cte_2 = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

Et finalement : $\boxed{\overrightarrow{v_G}\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}}$

Q3. $\overrightarrow{v_G} = \dfrac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc $v_x = \dfrac{dx(t)}{dt} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ et $v_z = \dfrac{dz(t)}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$

Ainsi en primitivant on obtient : $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + Cte_3 \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Comme $\overrightarrow{OG}(t=0) = \vec{0}$ il vient : $\begin{cases} 0 + Cte_3 = 0 \\ 0 + 0 + Cte_4 = 0 \end{cases}$

Et finalement : $\boxed{\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}}$

Q4. Lorsque le crapaud finit son saut $z(t_{saut}) = 0$ soit : $-\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{saut}}^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_{saut} = 0$.

Soit $\left(-\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t_{saut} + v_0 \cdot \sin(\alpha)\right) t_{saut} = 0$. En éliminant la solution $t_{saut} = 0$ s il vient :

$-\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t_{saut} + v_0 \cdot \sin(\alpha) = 0$ soit $\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t_{saut} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$ et finalement : $\boxed{t_{saut} = \dfrac{2v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}}$

Q5. On reporte l'expression de t_{saut} dans $x(t)$: $x(t_{saut}) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t_{saut} = d$.

$v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \dfrac{2v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g} = d$ soit $2v_0^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) = g \cdot d$ donc $v_0^2 = \dfrac{g \cdot d}{2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}$

Et finalement, en ne gardant que la solution positive :

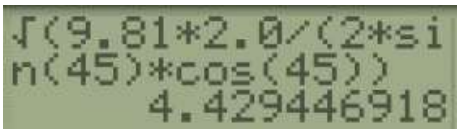
$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d}{2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}}}.$$

Q6. Taille moyenne d'un crapaud : 10 cm.

Les crapauds peuvent faire des sauts jusqu'à 20 fois leur taille, ainsi :

d = 20 × 10 cm = 2,0×10² cm = 2,0 m.

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \times 2{,}0}{2 \times \sin(45) \times \cos(45)}} = \textbf{4,4 m·s}^{\textbf{-1}}\textbf{.}$$



Q7. Le crapaud réalise un saut vertical avec α = 90° donc sin(90) = 1,0.

Pour $t = t_{max}$ le crapaud atteint l'altitude maximale z_{max} pour laquelle $v_z(t_{max}) = 0$.

Soit $v_z(t_{max}) = -g \cdot t_{max} + v_0 \cdot \sin(90) = 0$ soit $-g \cdot t_{max} + v_0 = 0$ et $\boxed{t_{max} = \dfrac{v_0}{g}}$.

L'expression $z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$ permet alors de calculer z_{max} :

$$z_{max} = z(t_{max}) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{max}}^2 + v_0 \cdot \sin(90) \cdot t_{max}$$

soit $z_{max} = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{max}}^2 + v_0 \cdot t_{max}$

d'où : $z_{max} = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\dfrac{v_0}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \dfrac{v_0}{g}$

Et : $z_{max} = -\dfrac{1}{2} \cdot g \cdot \dfrac{v_0^2}{g^2} + \dfrac{v_0^2}{g}$

$z_{max} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{v_0^2}{g} + \dfrac{v_0^2}{g}$ finalement : $\boxed{z_{max} = \dfrac{v_0^2}{2g}}$.

Autre méthode : la seule force qui intervient est le poids, il s'agit d'une force conservative. L'énergie mécanique du crapaud est conservée entre le point O et le sommet S de la trajectoire.

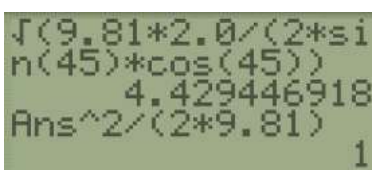
$$E_M(O) = E_M(S)$$
$$E_C(O) + E_{PP}(O) = E_C(S) + E_{PP}(S)$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_O = \frac{1}{2}mv_S^2 + mgz_{max}$$

Or z_O = 0 m et au somment S de la trajectoire v_S = 0 m·s^{-1} :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgz_{max}$$

D'où : $v_0^2 = 2gz_{max}$ et finalement : $\boxed{z_{max} = \dfrac{v_0^2}{2g}}$

Q8. On a : $H_{champion} = \dfrac{v_0^2}{2g}$ donc $H_{champion} = \dfrac{4{,}429...^2}{2 \times 9{,}81}$ = **1,0 m.**



Q9. Les barrières mesurent 50 à 60 cm de haut : elles ont donc une hauteur nettement inférieure à 1,0 m.

Lorsque le saut du crapaud n'est pas vertical mais oblique, l'altitude maximale atteinte par le crapaud est inférieure à 1,0 m.

Par ailleurs, seuls les crapauds les plus puissants peuvent atteindre 1,0 m de haut ce qui n'est pas le cas de tous les crapauds.

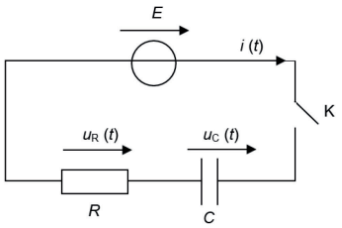
Bac 2023 Métropole (jour2) **Correction © https://labolycee.org**

Exercice 3 – Modélisation d'un détecteur capacitif d'humidité (6 points)

Q1. Prévoir qualitativement le sens de variation de la capacité *C* du détecteur capacitif d'humidité quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente.

D'après la figure 2, quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente alors sa permittivité ε augmente. Or $C = \frac{\varepsilon.S}{d}$, alors C augmente.

Q2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle ci-dessous. Exprimer littéralement le temps caractéristique τ du circuit en fonction de R et C.



À la date t = 0 s, appliquons la loi des mailles

$E = u_C + u_R$ (1)

Or d'après la loi d'Ohm $u_R = R.i$

$i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$ $\qquad i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ Car *C* est une constante

En remplaçant dans (1) il vient : $E = u_C + R.C.\frac{du_C}{dt}$

Et en posant $\tau = R.C$ alors $E = u_C + \tau.\frac{du_C}{dt}$

Q3. Vérifier que la fonction $u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de cette équation différentielle et qu'elle satisfait à la condition imposée à la date *t* = 0 s.

Calculons $u_C + \tau.\frac{du_C}{dt} = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\frac{d(E\times(1-e^{-\frac{t}{\tau}}))}{dt}$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.(\frac{dE}{dt} - E\times\frac{d(e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt})$$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\left(0 - E\times\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$= E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}} + E\times e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

On a bien retrouvé l'égalité de l'équation différentielle, donc $u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est bien solution de l'équation différentielle.

Par ailleurs, pour *t* = 0 s, la solution donne $u_C(t=0) = E\times(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = E\times(1 - 1) = 0$. Conforme à la situation puisque le condensateur est initialement déchargé.

Q4. Montrer que la valeur de u_C à la date τ est approximativement $u_C(\tau) = 0{,}63\times E$.

$u_C(\tau) = E\times(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E\times(1 - e^{-1}) = 0{,}63\times E$.

Q5. Montrer que le temps caractéristique τ du circuit RC doit être au minimum de l'ordre de 200 µs.

Le microcontrôleur effectue 52000 mesures par seconde, soit 1 mesure tous les $\frac{1}{52000}$ = $1{,}92\times10^{-5}$ s = $19{,}2\times10^{-6}$ s = 19,2 µs. Or il faut 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur pour déterminer τ, soit une durée minimale 10×19,2 = 192 µs.
La constante τ doit être au minimum de 200 µs.

Q6. À l'aide de la contrainte sur le temps caractéristique τ du circuit RC, déterminer la teneur minimale en eau.

$\tau > 200$ µs

$R.C > 200\times10^{-6}$

$R.\frac{\varepsilon.S}{d} > 200\times10^{-6}$

$\varepsilon > \frac{d.200\times10^{-6}}{R.S}$

$\varepsilon > \frac{1{,}0\times10^{-2}\times200\times10^{-6}}{2{,}2\times10^{5}\times1{,}0\times10^{-1}}$ $\varepsilon > 9{,}1\times10^{-11}$ F.m^{-1} = $0{,}91\times10^{-10}$ F.m^{-1}

En utilisant la figure 2 on obtient une teneur en eau minimale de 15%.

Q7. Indiquer l'objectif final de cet extrait de programme.

Cet extrait de programme doit permettre de déterminer la valeur de la constante de temps τ.

Q8. Recopier la ligne 5 du programme sur la copie et compléter la condition sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur.

While tension < 0,63*E :
Tant que la tension est inférieure à 0,63.E, on recommence la mesure de u_C.

Q9. Déterminer si la teneur en eau mesurée dans ce sol argileux est suffisante pour y assurer une croissance normale d'une plante.

$\varepsilon = \frac{d.\tau}{R.S}$

$\varepsilon = \frac{1{,}0\times10^{-2}\times0{,}28676887987\times10^{-3}}{2{,}2\times10^{5}\times1{,}0\times10^{-1}}$

$\varepsilon = 1{,}3\times10^{-10}$ F.m^{-1}

Par lecture graphique sur la figure 2 on obtient une teneur d'eau de 20%, ce qui est inférieur à 24%.
Un tel sol argileux ne convient pas à une croissance normale d'une plante. Il faudra déclencher l'arrosage automatique.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.