Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

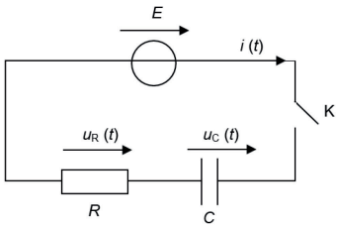
Bac 2023 Métropole (jour2) **Correction © https://labolycee.org**

Exercice 3 – Modélisation d'un détecteur capacitif d'humidité (6 points)

Q1. Prévoir qualitativement le sens de variation de la capacité *C* du détecteur capacitif d'humidité quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente.

D'après la figure 2, quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente alors sa permittivité ε augmente. Or $C = \frac{\varepsilon.S}{d}$, alors C augmente.

Q2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle ci-dessous. Exprimer littéralement le temps caractéristique τ du circuit en fonction de R et C.



À la date t = 0 s, appliquons la loi des mailles

$E = u_C + u_R$ (1)

Or d'après la loi d'Ohm $u_R = R.i$

$i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$ $\qquad i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ Car *C* est une constante

En remplaçant dans (1) il vient : $E = u_C + R.C.\frac{du_C}{dt}$

Et en posant $\tau = R.C$ alors $E = u_C + \tau.\frac{du_C}{dt}$

Q3. Vérifier que la fonction $u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de cette équation différentielle et qu'elle satisfait à la condition imposée à la date *t* = 0 s.

Calculons $u_C + \tau.\frac{du_C}{dt} = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\frac{d(E\times(1-e^{-\frac{t}{\tau}}))}{dt}$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.(\frac{dE}{dt} - E\times\frac{d(e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt})$$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\left(0 - E\times\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$= E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}} + E\times e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

On a bien retrouvé l'égalité de l'équation différentielle, donc $u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est bien solution de l'équation différentielle.

Par ailleurs, pour *t* = 0 s, la solution donne $u_C(t=0) = E\times(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = E\times(1 - 1) = 0$. Conforme à la situation puisque le condensateur est initialement déchargé.

Q4. Montrer que la valeur de u_C à la date τ est approximativement $u_C(\tau) = 0{,}63\times E$.

$u_C(\tau) = E\times(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E\times(1 - e^{-1}) = 0{,}63\times E$.

Q5. Montrer que le temps caractéristique τ du circuit RC doit être au minimum de l'ordre de 200 µs.

Le microcontrôleur effectue 52000 mesures par seconde, soit 1 mesure tous les $\frac{1}{52000}$ = $1{,}92\times10^{-5}$ s = $19{,}2\times10^{-6}$ s = 19,2 µs. Or il faut 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur pour déterminer τ, soit une durée minimale 10×19,2 = 192 µs.
La constante τ doit être au minimum de 200 µs.

Q6. À l'aide de la contrainte sur le temps caractéristique τ du circuit RC, déterminer la teneur minimale en eau.

$\tau > 200$ µs

$R.C > 200\times10^{-6}$

$R.\frac{\varepsilon.S}{d} > 200\times10^{-6}$

$\varepsilon > \frac{d.200\times10^{-6}}{R.S}$

$\varepsilon > \frac{1{,}0\times10^{-2}\times200\times10^{-6}}{2{,}2\times10^{5}\times1{,}0\times10^{-1}}$ $\varepsilon > 9{,}1\times10^{-11}$ F.m^{-1} = $0{,}91\times10^{-10}$ F.m^{-1}

En utilisant la figure 2 on obtient une teneur en eau minimale de 15%.

Q7. Indiquer l'objectif final de cet extrait de programme.

Cet extrait de programme doit permettre de déterminer la valeur de la constante de temps τ.

Q8. Recopier la ligne 5 du programme sur la copie et compléter la condition sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur.

While tension < 0,63*E :
Tant que la tension est inférieure à 0,63.E, on recommence la mesure de u_C.

Q9. Déterminer si la teneur en eau mesurée dans ce sol argileux est suffisante pour y assurer une croissance normale d'une plante.

$\varepsilon = \frac{d.\tau}{R.S}$

$\varepsilon = \frac{1{,}0\times10^{-2}\times0{,}28676887987\times10^{-3}}{2{,}2\times10^{5}\times1{,}0\times10^{-1}}$

$\varepsilon = 1{,}3\times10^{-10}$ F.m^{-1}

Par lecture graphique sur la figure 2 on obtient une teneur d'eau de 20%, ce qui est inférieur à 24%.
Un tel sol argileux ne convient pas à une croissance normale d'une plante. Il faudra déclencher l'arrosage automatique.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.