Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

Exercice 1 - La physique au service du vigneron (11 points)



La vinification est le processus de transformation du jus de raisin en vin par fermentation. Lors des premières étapes de vinification, on fait éclater les grains de raisin et le jus extrait est placé dans une cuve de stockage. Commence alors la fermentation alcoolique, étape pendant laquelle une partie du sucre se transforme en alcool. Au cours de ce processus, le vigneron doit contrôler la température et la masse volumique du jus.

L'objectif de cet exercice est d'étudier comment la physique peut être utile au vigneron pour mesurer le niveau de remplissage de la cuve de stockage, contrôler la température du jus de raisin et en déterminer le taux de sucre au cours de la fermentation.

1. Étude du principe du capteur de niveau

La cuve de stockage est équipée d'un capteur de niveau de type capacitif permettant de contrôler la hauteur de liquide (figure 1).

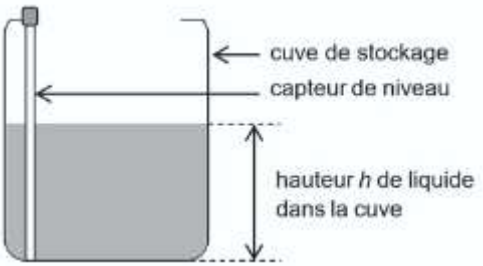


Figure 1. Schéma d'une cuve de stockage avec capteur de niveau

Ce capteur est constitué d'une tige conductrice recouverte d'une très fine couche d'isolant. Lorsque celle-ci trempe dans un liquide conducteur, comme le jus de raisin, elle constitue une des armatures d'un condensateur et le liquide en constitue l'autre. On considère pour simplifier que l'ensemble se comporte comme un condensateur plan (figure 2).

On souhaite étudier en laboratoire le principe de ce capteur et l'influence de la hauteur de liquide sur le comportement d'un tel condensateur en réalisant le montage représenté sur la figure 3 :

- une feuille d'aluminium rectangulaire de largeur ℓ = 41 cm constitue l'armature 1 du condensateur ;
- une feuille plastifiée d'épaisseur e = 80 µm de polyester joue le rôle d'isolant ;
- la plaque, formée par la feuille d'aluminium et la feuille plastifiée, est plongée dans un récipient et en touche le fond. Elle est en contact sur une hauteur h avec un liquide conducteur qui joue le rôle de l'armature 2 du condensateur ;
- un fil dénudé permet d'établir un contact électrique avec le liquide.

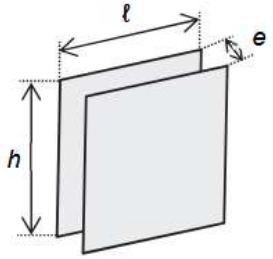


Figure 2. Caractéristiques géométriques d'un condensateur plan

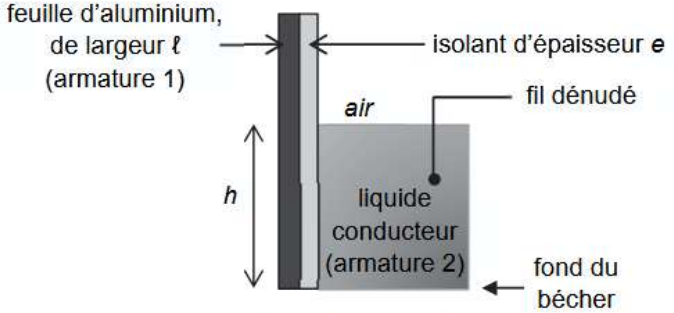


Figure 3. Schéma du dispositif expérimental

Données :

- la surface S_C de chaque armature du dispositif expérimental s'exprime par la relation : $S_C = h \cdot \ell$;
- la capacité C du condensateur plan de ce dispositif s'exprime par la relation : $C = \frac{\varepsilon \cdot S_C}{e}$ avec C en farad (F), S_C en m^2, e en m et ε, grandeur caractéristique de l'isolant appelée permittivité, exprimée en $F \cdot m^{-1}$.

Q1. Expliquer pourquoi ce capteur ne peut pas être utilisé dans un liquide isolant.

(0,25 pt) Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant.
Le liquide constitue ici une des armatures, il doit forcément être conducteur.

Q2. Préciser si la capacité *C* du condensateur augmente ou diminue lorsque la hauteur *h* de liquide dans lequel l'ensemble est plongé augmente.

(0,25 pt) $C = \frac{\varepsilon \cdot S_C}{e}$ avec $S_C = h \cdot \ell$ alors $C = \frac{\varepsilon \cdot h \cdot \ell}{e}$ avec ε, e et ℓ constantes donc C est proportionnelle à h.

(0,25 pt) C augmente si h augmente.

Pour mesurer la valeur de la capacité du condensateur, on réalise le circuit électrique représenté à la figure 4. Il comporte :

- un générateur idéal de tension E = 5,0 V ;
- un conducteur ohmique de résistance $R = 6{,}0 \times 10^6\ \Omega$;
- le dispositif expérimental de la figure 3 jouant le rôle d'un condensateur de capacité C ;
- un interrupteur à deux positions.

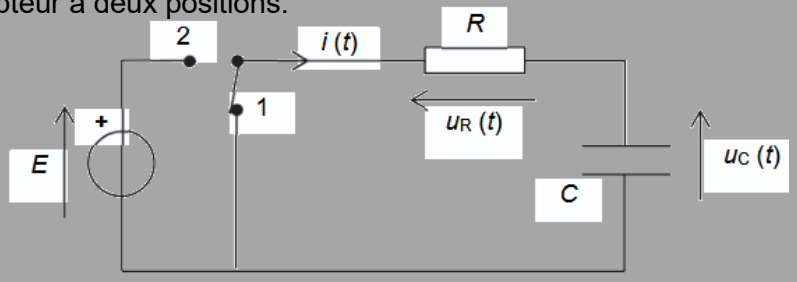


Figure 4. Schéma du circuit électrique permettant de mesurer la capacité C

L'interrupteur est préalablement placé en position 1 afin de décharger le condensateur. À l'instant t = 0, le condensateur est déchargé et l'interrupteur est basculé en position 2.

Q3. Montrer que, lors de sa charge, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle suivante : $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$.

(0,5pt) D'après la loi des mailles : $u_R(t) + u_C(t) = E$

(0,25pt) D'après la loi d'Ohm $u_R(t) = R.i(t)$

(0,25pt) Or $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ avec $q(t) = C.u_C(t)$ où C est constante alors $i(t) = C.\frac{du_C(t)}{dt}$.

(0,25pt) $R \cdot C.\frac{du_C(t)}{dt}$ + $u_C(t)$ + = E

(0,25pt) $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$

Q4. La tension d'expression $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ est solution de cette équation différentielle. Déterminer, en fonction des paramètres *E*, *R* et *C*, les expressions des constantes *A*, *B* et τ adaptées aux conditions de l'expérience.

(0,25pt) Comme $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$ alors $\frac{du_C}{dt} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.

On remplace ces deux expressions dans l'équation différentielle :

$$-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

(0,25pt) $$e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(-\frac{A}{\tau} + \frac{A}{R \cdot C}\right) + \frac{B}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

Cette égalité est vraie quel que soit t, si $\left(-\frac{A}{\tau} + \frac{A}{R \cdot C}\right) = 0$ et si $\frac{B}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$.

(0,25pt) $\left(-\frac{A}{\tau}+\frac{A}{R\cdot C}\right)=0$ conduit à $\frac{A}{R\cdot C}=\frac{A}{\tau}$ donc $\tau = R\cdot C$.

(0,25pt) $\frac{B}{R\cdot C}=\frac{E}{R\cdot C}$ conduit à $B = E$.

$u_C(t)=A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}+B$ devient $u_C(t)=A\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}+E$

À $t = 0$ s, $u_C = 0$.

$u_C(t=0)=A\cdot e^{-\frac{0}{R\cdot C}}+E$

$0 = A + E$

(0,25pt) Donc $A = -E$.

La solution peut aussi s'écrire $u_C(t)=-E\cdot e^{-\frac{t}{R\cdot C}}+E=E\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$.

On réalise une première expérience de charge du condensateur pour une hauteur h_{test} de liquide. La figure 5 représente l'évolution temporelle de la tension $u_C(t)$ aux bornes de ce condensateur.

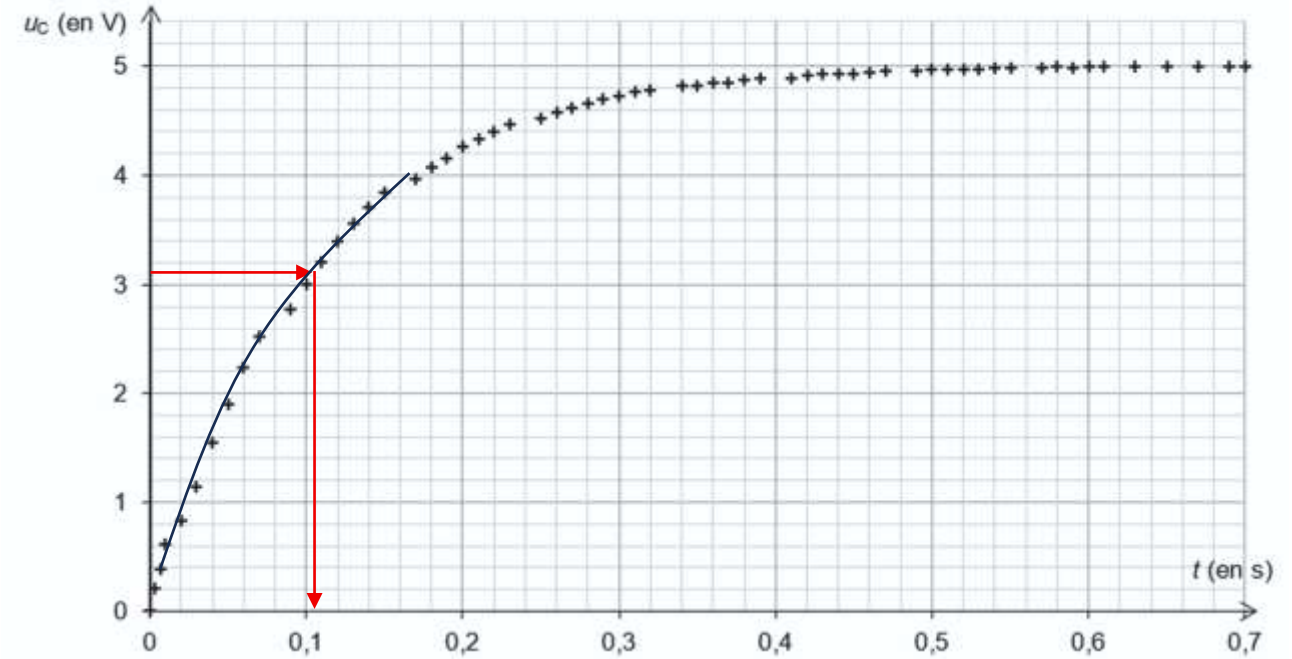


Figure 5. Évolution temporelle de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge

L'expérience est reproduite pour différentes hauteurs *h* de liquide. La représentation graphique de la variation de la capacité du condensateur en fonction de la hauteur de liquide est donnée en figure 6. Une droite de modélisation y a été tracée.

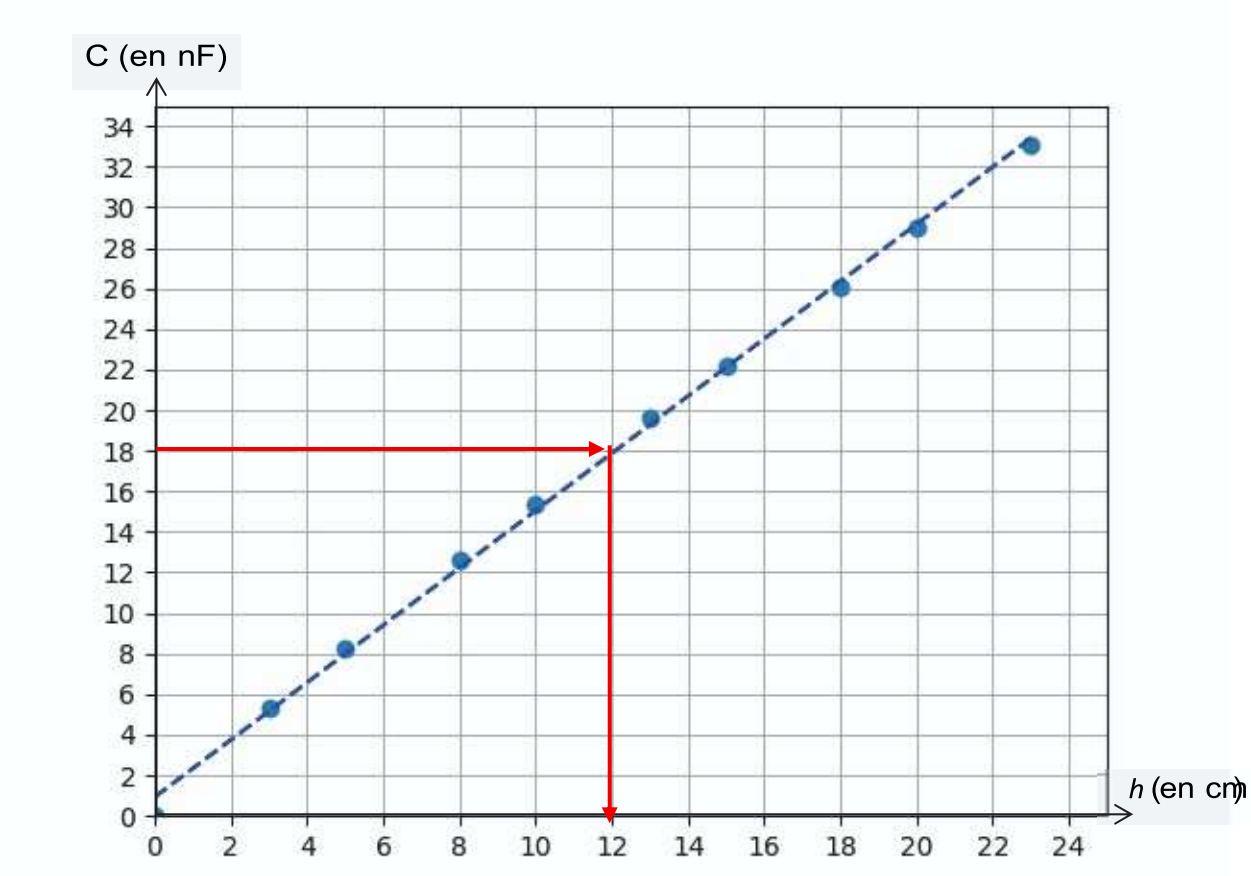


Figure 6. Variation de la capacité *C* du condensateur en fonction de la hauteur *h* de liquide

Q5. À l'aide des figures 5 et 6, déterminer la hauteur h_{test} de liquide utilisée dans la première expérience.
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Avec la figure 5, on mesure τ et on en déduit *C*. Puis avec la figure 6, on lit la hauteur correspondante.

(0,5pt) Pour $t = \tau$, $u_C(\tau) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}\right) = E \cdot \left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63 \cdot E$

$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 5{,}0 = 3{,}15$ V
On lit $\tau = 0{,}11$ s.

(0,5pt) $\tau = R \cdot C$ donc $c = \dfrac{\tau}{R}$

$$c = \frac{0{,}11}{6{,}0 \times 10^{6}} = 1{,}8 \times 10^{-8}\ \text{F} = 18 \times 10^{-9}\ \text{F} = 18\ \text{nF}$$

(0,5pt) La figure 6 montre que cette capacité correspond à une hauteur *h* = 12 cm.

2. Contrôle de la température du jus de raisin

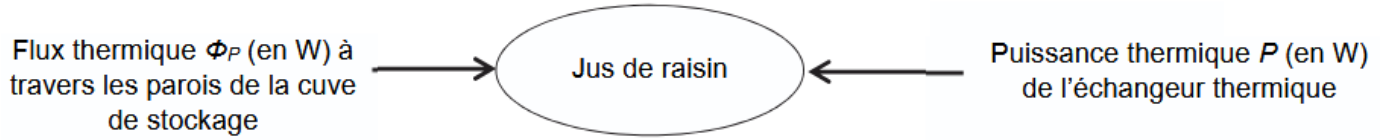


Figure 7. Bilan de puissances du système

Données :

- température du jus à maintenir lors de la fermentation alcoolique : $\theta_{jus} = 18$ °C ;
- température moyenne de l'air extérieur : $\theta_{ext} = 22$ °C ;
- caractéristiques de la cuve de stockage :
  - contenance : $V = 2$ m^3 ;
  - surface d'échange thermique : $S = 9$ m^2 ;
- la capacité thermique de l'ensemble du jus de raisin est notée C_J (en J·K^{-1}) ;
- la fermentation d'une masse de jus m_{jus} dégage une puissance thermique P_F donnée par une loi empirique :

  $P_F = 0{,}127 \cdot m_{jus}$ où m_{jus} est en kg et P_F en W ;
- flux thermique entre l'extérieur et l'intérieur de la cuve de stockage :

  $\Phi_P = A \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta_{jus})$

  avec :
  - S la surface d'échange thermique (en m^2) ;
  - A le coefficient global d'échange par les parois de la cuve de stockage : $A = 12$ W·m^{-2}·K^{-1} ;
- masse volumique du jus de raisin au cours de la fermentation alcoolique : $\rho_{jus} = 1\,090$ kg·m^{-3}.

Q6. Indiquer, en justifiant, le sens du transfert thermique s'opérant entre le jus maintenu à la température θ_{jus} et l'air extérieur à la température θ_{ext} lors de la fermentation alcoolique.

(0,25pt) $\theta_{jus} = 18$ °C et $\theta_{ext} = 22$ °C donc $\theta_{jus} < \theta_{ext}$.

(0,25pt) Le transfert thermique a lieu du corps chaud (l'air extérieur) vers le corps froid (le jus).

Q7. Calculer la valeur du flux thermique global Φ_P à travers les parois de la cuve de stockage.

(0,25pt) $\Phi_P = A \cdot S \cdot (\theta_{ext} - \theta_{jus})$

$\Phi_P = 12 \times 9 \times (22 - 18) = 432$ W soit avec un seul chiffre significatif $\Phi_P = 4 \times 10^2$ W

Q8. Calculer la puissance P_F dégagée par la fermentation du jus de raisin dans la cuve de stockage entièrement remplie.

(0,25pt) $P_F = 0{,}127 \cdot m_{jus} = 0{,}127 \times \rho_{jus} \cdot V$

(0,25pt) $P_F = 0{,}127 \times 1090 \times 2 = 2{,}7686 \times 10^2$ W$= 277$ W

soit avec un seul chiffre significatif $\Phi_P = 3 \times 10^2$ W

On admet que, compte tenu du dégagement d'énergie lié à la fermentation, le premier principe de la thermodynamique appliqué au système fermé {jus de raisin}, dont la température varie de $\Delta\theta$ entre deux instants t et $t+\Delta t$, conduit à la relation ci-dessous :

$$C_J \cdot \Delta\theta = (\Phi_P + P + P_F) \cdot \Delta t$$

Q9. Déterminer la valeur de la puissance thermique P de l'échangeur interne placé dans la cuve de stockage permettant de maintenir constante la température du jus. Interpréter le signe de P.

(0,5pt) $C_J \cdot \Delta\theta = (\Phi_P + P + P_F) \cdot \Delta t$

Mais si la température est constante alors $\Delta\theta = 0$

$0 = (\Phi_P + P + P_F) \cdot \Delta t$

donc $\Phi_P + P + P_F = 0$

$P = -\Phi_P - P_F$

(0,25pt) $P = -432 - 277 = -709$ W

(0,25pt) $P = -7 \times 10^2$ W < 0 le système {jus de raisin} cède de la puissance thermique à l'échangeur interne. Cela est cohérent car le jus ne doit pas se réchauffer sous l'effet de sa fermentation et de son contact avec l'air extérieur plus chaud.

3. Contrôle du taux de sucre dans le jus de raisin et principe du mustimètre

La mesure de la teneur en sucre d'un jus de raisin permet au vigneron de suivre au cours du temps le processus de fermentation. Lorsque la teneur en sucre est stabilisée à son minimum, l'étape de fermentation alcoolique est terminée.
Pour cela, le vigneron utilise un mustimètre, appareil qui mesure la masse volumique ρ_{jus} du jus. Cette mesure permet ensuite de connaître la concentration en masse de sucre. On étudie dans cette partie le principe de fonctionnement d'un mustimètre.

Données :

- la poussée d'Archimède est la force exercée par un fluide sur un système immergé dans ce fluide. Ses caractéristiques sont :
  - direction : verticale ;
  - sens : vers le haut ;
  - valeur : $\pi_A = \rho \cdot V \cdot g$ où ρ est la masse volumique du fluide, V est le volume de la partie immergée du système et g est l'intensité de la pesanteur ;
- le mustimètre étudié, de masse $m_0 = 55$ g, est composé de deux parties :
  - un tube large, totalement immergé, de volume $V_0 = 49$ mL ;
  - un tube fin gradué, de forme cylindrique, partiellement immergé, de section $S_T = 5 \times 10^{-5}$ m^2 ; on note h_T la hauteur immergée du tube ;
- on néglige la poussée d'Archimède due à l'air devant celle exercée par le jus de raisin.

Pour réaliser la mesure, le mustimètre est plongé dans un échantillon de jus de raisin, flotte et se stabilise : on peut alors lire la masse volumique sur le tube fin gradué (voir figure 8).

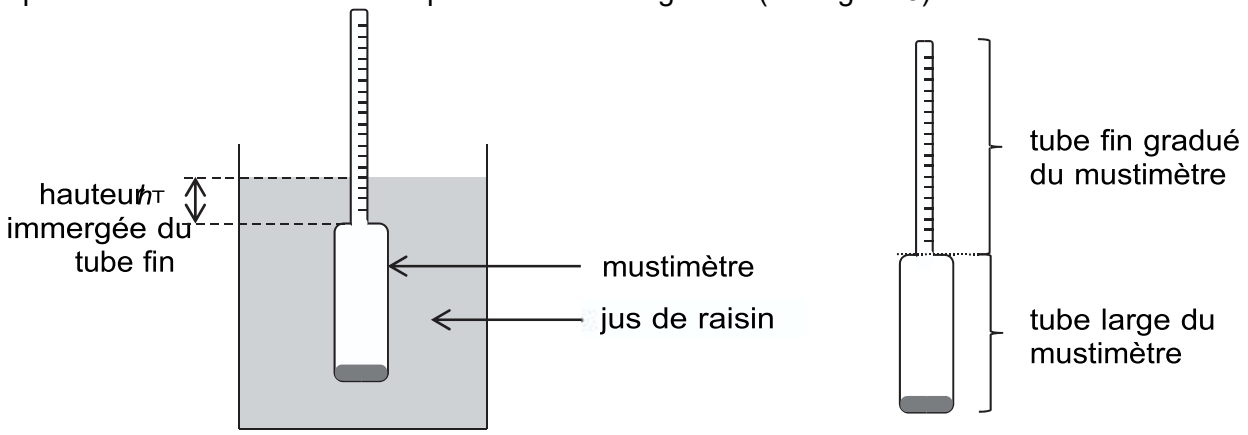


Figure 8. Schéma d'un mustimètre

Q10. Identifier les deux forces agissant sur le système {mustimètre} en équilibre dans le jus de raisin.

Le système {mustimètre} subit son poids et la poussée d'Archimède.

Q11. Montrer que la hauteur h_T de la partie immergée du tube fin peut s'écrire sous la forme : $h_T = \frac{m_0}{\rho_{jus} \cdot S_T} - \frac{V_0}{S_T}$ avec ρ_{jus} : la masse volumique du jus de raisin

(0,5pt) Le système est immobile dans le référentiel terrestre, d'après le principe d'inertie il subit des forces qui se compensent : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext.}} = \vec{0}$

$\vec{P} + \overrightarrow{\pi_A} = \vec{0}$

$\vec{P} = -\overrightarrow{\pi_A}$

$P = \pi_A$

(0,25pt) $m_0 \cdot g = \rho_{jus} \cdot V \cdot g$

$m_0 = \rho_{jus} \cdot V$ où V représente le volume immergé du mustimètre.

Le mustimètre comporte deux parties immergées :

- le tube large de volume V_0
- une partie du tube fin de surface S_T et de hauteur h_T donc de volume $V_T = S_T \cdot h_T$

ainsi $V = V_0 + V_T$

(0,25pt) $m_0 = \rho_{jus} \cdot (V_0 + V_T)$

$m_0 = \rho_{jus} \cdot (V_0 + S_T \cdot h_T)$

$m_0 = \rho_{jus} \cdot V_0 + \rho_{jus} \cdot S_T \cdot h_T$

$\rho_{jus} \cdot S_T \cdot h_T = m_0 - \rho_{jus} \cdot V_0$

$$h_T = \frac{m_0}{\rho_{jus} \cdot S_T} - \frac{\rho_{jus} \cdot V_0}{\rho_{jus} \cdot S_T}$$

(0,25pt) $h_T = \frac{m_0}{\rho_{jus} \cdot S_T} - \frac{V_0}{S_T}$

Q12. Les graduations sur le tube fin du mustimètre indiquent la valeur de la masse volumique du liquide, exprimée en g·mL^{-1}. Justifier qualitativement que le mustimètre s'enfonce lorsque la masse volumique du jus diminue.

(0,5pt) Comme $h_T = \frac{m_0}{\rho_{jus} \cdot S_T} - \frac{V_0}{S_T}$, si ρ_{jus} diminue avec m_0 constante alors $\frac{m_0}{\rho_{jus} \cdot S_T}$ augmente et $-\frac{V_0}{S_T}$ est constant, ainsi h_T augmente et le mustimètre s'enfonce.

La plage de mesure du mustimètre correspond à une hauteur h_T immergée variant entre 1 cm et 14 cm.

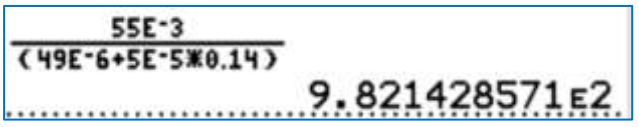
Q13. Déterminer la masse volumique minimale $\rho_{jus,min}$ que peut mesurer ce mustimètre.

(0,25pt) La masse volumique minimale correspond à la hauteur immergée maximale donc h_T = 14 cm.

On reprend le raisonnement vu en Q11., $m_0 = \rho_{jus} \cdot (V_0 + S_T \cdot h_T)$

(0,25pt) $\rho_{jus,min} = \frac{m_0}{(V_0 + S_T . h_T)}$

$$\rho_{jus,min} = \frac{55 \times 10^{-3} \text{ kg}}{\left(49 \times 10^{-6} \text{ m}^3 + 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \times 0{,}14 \text{ m}\right)}$$



(0,5pt) $\rho_{jus,min} = 982 \text{ kg·m}^{-3} = 9{,}8 \times 10^2 \text{ kg·m}^{-3}$

Q14. La masse volumique du jus de raisin diminue lorsque le degré de fermentation augmente. Expliquer le problème que l'on rencontre lors de l'utilisation de ce mustimètre avec un jus trop fermenté.

(0,5pt) Avec un jus trop fermenté la masse volumique sera trop basse et la hauteur immergée sera alors trop grande. Le mustimètre sera totalement immergé, il sera impossible de lire les graduations.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.