Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + Physique, veuillez visiter :
bac-maths-physique.fr/annales-sujets-et-corriges

Bac septembre 2025 Métropole Jour 2 Correction © https://www.labolycee.org

Exercice 2 - La couleur des scarabées (5 points)

Les scarabées ont des carapaces constituées de nanostructures. Ces dernières, lorsqu'elles sont éclairées, créent des interférences lumineuses qui donnent à ces insectes des couleurs variées. Dans cet exercice, on se propose d'étudier ce phénomène.

La partie supérieure du squelette externe d'un scarabée est représentée sur la figure 1. Elle est constituée d'un empilement de couches transparentes de quelques dizaines de nanomètres d'épaisseur chacune, ayant alternativement un fort indice optique et un faible indice optique comme le montre la figure 2.

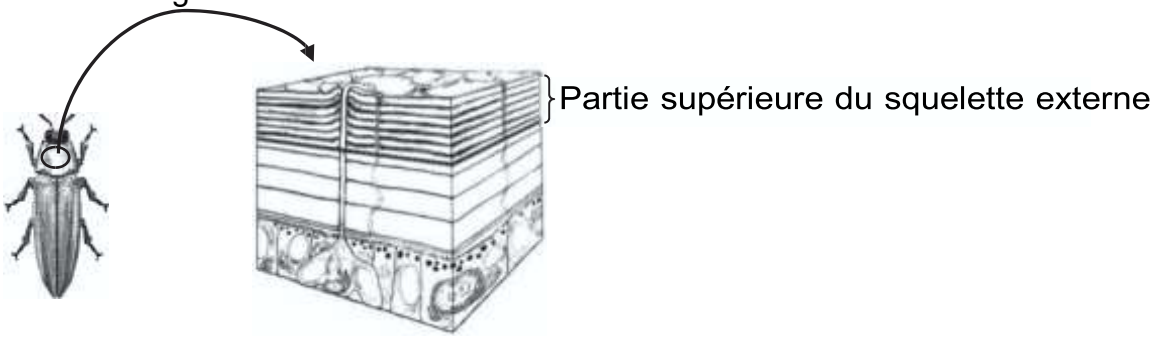


Figure 1. Schéma du squelette externe du scarabée
D'après passion-entomologie.fr

Quand le scarabée est éclairé en lumière blanche, chacune des radiations monochromatiques composant la lumière blanche se réfléchit à chaque interface entre deux couches de la partie supérieure du squelette. Les radiations réfléchies se superposent alors au niveau de l'œil de l'observateur, interfèrent entre elles et sont ainsi à l'origine de la couleur perçue du scarabée.

On simplifie l'étude de la façon suivante (voir figure 2) :

- on ne prend en compte que l'interférence entre les deux premiers rayons réfléchis 1 et 2 ;
- toutes les couches sont supposées de même épaisseur, notée *e*.

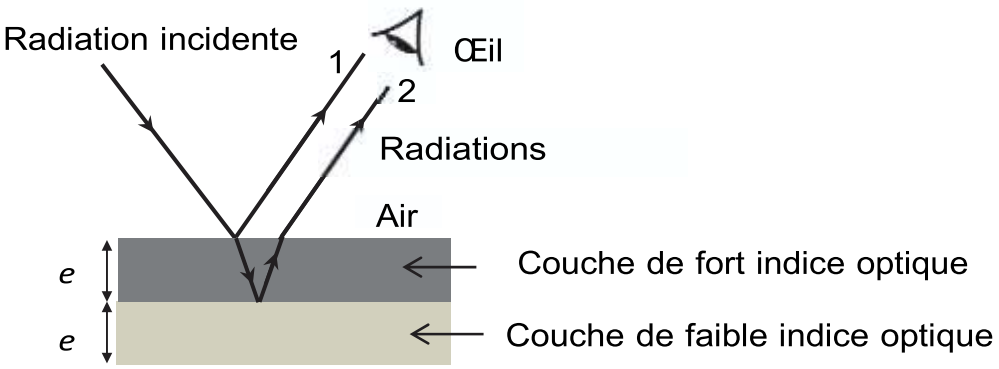


Figure 2. Schéma simplifié de la situation

Données :

- indice optique de la couche d'indice le plus fort : $n_{fort} = 1,7$;
- pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$ avec x la valeur mesurée, x_{ref} la valeur de référence et $u(x)$ l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x ;
- couleur observée associée à une radiation de longueur d'onde λ :

Longueur d'onde λ (en nm)	470	530	590	750
Couleur	bleu	vert	jaune	rouge

Q1. Rappeler la condition d'obtention d'interférences constructives entre deux ondes, issues d'une source monochromatique unique, ayant parcouru des chemins optiques différents. On note *δ* la différence de chemin optique et λ la longueur d'onde.

(0,25pt) Pour que les deux ondes interfèrent de façon constructive, il faut que la différence de chemin optique soit $\delta = k.\lambda$ où k est un entier relatif.

Dans cet exercice on admet que la lumière incidente se propage dans une direction perpendiculaire à la surface du squelette externe. Pour une onde monochromatique de longueur d'onde λ, la différence de chemin optique *δ* au niveau de l'œil de l'observateur entre les radiations réfléchies 1 et 2 est donnée par la relation suivante :

$$\delta = 2 \cdot n_{\text{fort}} \cdot e - \frac{\lambda}{2}$$

Q2. Montrer que les épaisseurs correspondant à des interférences constructives sont données par la relation suivante dans laquelle *k* est un nombre entier positif ou nul, appelé ordre d'interférence : $e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{fort}}}$.

(0,5pt) On combine les deux expressions de la différence de chemin optique.

$$\delta = 2 \cdot n_{\text{fort}} \cdot e - \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda$$

$$2 \cdot n_{\text{fort}} \cdot e = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot n_{\text{fort}} \cdot e = \lambda \cdot \left(k + \frac{1}{2}\right)$$

$$e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{fort}}}$$

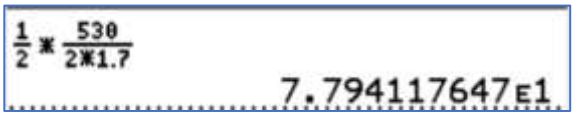
Le scarabée est éclairé en lumière blanche. Dans la lumière réfléchie, les ondes lumineuses donnant lieu à des interférences constructives voient leur intensité renforcée. La lumière réfléchie apparait donc colorée.

On ne considère, dans la suite de l'exercice, que l'ordre d'interférence nul : $k = 0$.

Q3. Déterminer l'épaisseur des couches de la carapace d'un scarabée pour lequel la longueur λ = 530 nm correspond à des interférences constructives. Préciser la couleur apparente de ce scarabée.

(0,25pt) $e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{fort}}}$

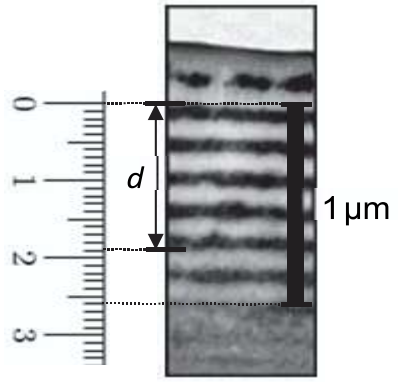
$$e = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{530}{2 \times 1{,}7}$$



e = 78 nm

(0,25pt) Les interférences constructives concernent la longueur d'onde de 530 nm associée à la couleur verte.

On souhaite comparer l'épaisseur trouvée précédemment avec une mesure directe sur une photo, prise au microscope électronique, de la partie supérieure du squelette du scarabée.



La photographie ci-contre, prise au microscope électronique, montre l'alternance des couches de fort indice optique (en noir) et de faible indice optique (en gris clair) dans la partie supérieure du squelette d'un scarabée vert.
L'échelle de la photographie est indiquée grâce à la barre verticale noire située à droite : cette barre indique une longueur de 1 µm.
Une règle, graduée en cm, est représentée à gauche de la photographie pour effectuer toute mesure utile.

Figure 3. Photographie prise au microscope électronique de la partie supérieure d'un scarabée vert
D'après Bioinspiration Biomimetics (2013)

Q4. À partir de la figure 3, déterminer la valeur de l'épaisseur moyenne *e* d'une couche. Expliciter la méthode suivie pour obtenir la meilleure précision possible sur la mesure de *e*. La distance *d* indiquée sur la figure 3 peut servir d'aide à la mesure.

(0,75pt) On mesure la longueur *d* de plusieurs couches.
On compte 9 couches pour une distance *d* = 1,9 cm.
En tenant compte de l'échelle 1µm → 2,6 cm

e µm ? → $\frac{1{,}9\ \text{cm}}{9}$

$$e = \frac{\frac{1{,}9\ \text{cm}}{9} \times 1\ \mu\text{m}}{2{,}6\ \text{cm}} = 8{,}1 \times 10^{-2}\ \mu\text{m} = 81\ \text{nm}$$



On retrouve une valeur proche celle obtenue en **Q3.**

Q5. Indiquer une source d'incertitude possible dans la détermination de la mesure de l'épaisseur e effectuée à la question Q4.

(0,5pt)
Précision du double décimètre utilisé pour mesurer les distances sur la photo (plus petite graduation : mm).
Ou irrégularité de l'épaisseur des couches.
Ou les couches ne sont pas toutes horizontales.
Ou difficulté à bien identifier le début et la fin d'une couche.

On souhaite maintenant évaluer quantitativement la précision de cette mesure à l'aide d'une simulation numérique.
La valeur de la distance *d* estimée sur la photographie se situe dans un intervalle de valeurs exprimées en cm. Un programme écrit en langage Python permet de calculer l'épaisseur d'une couche pour 5 000 longueurs prises aléatoirement dans cet intervalle de valeurs.
Un extrait du programme est représenté ci-dessous, dans lequel la fonction `rd.uniform(a,b,Nsim)` permet de renvoyer `Nsim` valeurs aléatoires comprises entre les valeurs `a` et `b`.

```
1  import numpy as np
2  import numpy.random as rd
3  import matplotlib.pyplot as plt
4
5  # Simulation de 5000 longueurs choisies aléatoirement dans les intervalles de mesure
6  Nsim = 5000
7  echelle = rd.uniform(2.6, 2.7, Nsim)   # intervalle de mesure de la barre de l'échelle en cm
8  d_mes = rd.uniform(1.7, 1.9, Nsim)     # intervalle de mesure de la distance d en cm
9
10 # Calcul de l'épaisseur e en nm
11 e = d_mes*1000/(9*echelle)
12
13 # Calcul de la moyenne (en nm) et de l'incertitude type (en nm) sur l'épaisseur e
14 e_moy = np.average(e)
15 u_e = np.std(e, ddof=1)
16
17 # Tracé graphique de l'histogramme et affichage des résultats
18 plt.hist(e,bins="rice",  color="grey")
19 print("INCERTITUDE-TYPE : u(e) =", u_e," en nm")
20 print("VALEUR MOYENNE : e_moyen =", e_moy," en nm")
```

Figure 4. Extrait du programme Python
Programme à retrouver sur bashton.fr

Le programme permet de calculer la valeur moyenne et l'incertitude-type u(*e*) sur une mesure de *e* puis d'afficher :

```
INCERTITUDE-TYPE : u(e) = 2.5574799015216696 en nm
VALEUR MOYENNE : e_moyen = 75.48793757378112 en nm
```

Q6. Recopier la ligne 8 du programme puis la compléter avec des valeurs appropriées exprimées en cm.

```
d_mes = rd.uniform(1.8, 2.0, Nsim) # intervalle de mesure de la distance d en cm
```

(0,5pt) On a mesuré *d* = 1,9 cm, on considère qu'il est possible de se tromper de 1 mm (=0,1 cm). Donc les valeurs de *d* sont situées dans l'intervalle 1,8 à 2,0 cm.

Q7. Justifier la présence du nombre 1 000 dans l'expression de la ligne 11 du programme de la figure 4.

(0,5pt) On veut exprimer *e* en nm, or comme en Q4, on obtient des µm alors il faut ensuite les convertir en nm.
1 µm = 10^{-6} m
1 nm = 10^{-9} m
Donc 1 µm = 1000 nm.

Q8. En utilisant les résultats de la simulation numérique et en conservant un seul chiffre significatif pour l'incertitude-type, écrire le résultat de la mesure de l'épaisseur e_{moyen}. Discuter la compatibilité de la réponse à la question Q3, arbitrairement prise comme valeur de référence, avec le résultat de la simulation numérique.

(0,5pt) `INCERTITUDE-TYPE : u(e) = 2.5574799015216696 en nm`

L'incertitude-type avec un seul chiffre significatif est $u(e)$ = 3 nm. Elle porte sur les nanomètres. Ainsi on écrit le résultat an arrondissant aux nm. e_{moyen} = 75 $\pm$ 3 nm.

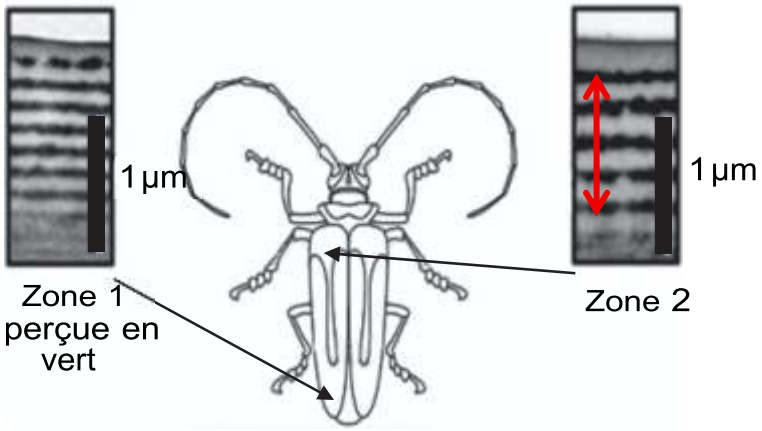
On pourrait calculer le z-score = $\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$.

$$z = \frac{|e_{moyen} - e(Q3.)|}{u(e)}$$

$$z = \frac{|75 - 78|}{3} = \frac{|-3|}{3} = 1$$

Ainsi la valeur de la simulation et la valeur mesurée ne s'écartent que d'une fois l'incertitude de mesure. C'est peu (z<2) et cela indique la bonne compatibilité entre ces deux résultats.

Certains scarabées possèdent des carapaces bicolores. La figure 5 représente les photos prises au microscope électronique de la partie supérieure du squelette externe du scarabée pour deux zones d'épaisseurs et de couleurs différentes. La zone 1 est de couleur verte. Les deux photos sont à la même échelle.



L'échelle de la photographie est indiquée grâce à la barre verticale noire située à droite : cette barre indique une longueur de 1 µm.

Figure 5. Photos prises au microscope électronique de la partie supérieure d'un scarabée dans deux zones perçues de couleurs différentes
D'après Bioinspiration Biomimetics (2013)

Q9. Estimer la longueur d'onde qui correspond à des interférences constructives dans la zone 2. Proposer une hypothèse pour la couleur perçue pour la zone 2 de ce scarabée.
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter sa démarche même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.

Il faut déterminer avec la figure 5, l'épaisseur d'une couche de la zone 2.
(1pt) On mesure la longueur *d* de plusieurs couches.
On compte 9 couches pour une distance *d* = 1,9 cm (voir flèche rouge).
En tenant compte de l'échelle 1µm → 1,8 cm

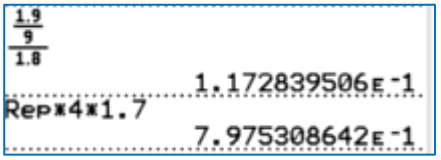
$$\text{e µm ?} \rightarrow \frac{1{,}9\ \text{cm}}{9}$$

$$e = \frac{\frac{1{,}9\ \text{cm}}{9} \times 1\,\mu\text{m}}{1{,}8\ \text{cm}} = 1{,}2 \times 10^{-1}\ \mu\text{m} = 117\ \text{nm}$$

Comme $e = \left(k + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{fort}}}$ et avec $k = 0$ on a $e = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{\lambda}{2 \cdot n_{\text{fort}}} = \frac{\lambda}{4 \cdot n_{\text{fort}}}$

Donc $\lambda = e \cdot 4 \cdot n_{\text{fort}}$

$\lambda = 117 \times 4 \times 1{,}7 = 8{,}0 \times 10^{2}$ nm



Les interférences renforcent les ondes de longueur d'onde égale à environ 800 nm.
Le sujet indique λ = 750 nm pour le rouge.
La couleur renforcée est à la limite de l'infra-rouge donc pas forcément visible par l'œil humain.
On peut penser qu'une erreur de mesure sur *e* ait été commise et que cette partie paraitrait plutôt rouge.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.